



T2 LENGUAJE LÓGICO

Cuando **RAZONAS**, construyes un **RAZONAMIENTO**



Se trata de construir
Razonamientos lógicos
Correctos



“La LÓGICA es la forma correcta de llegar a la respuesta equivocada, pero sintiéndote contento contigo mismo”.



Construimos RAZONAMIENTO (Raz1)

P1: Esta semana hay examen de mates

P2: No pediré que me cambien el examen a menos que haya una fiesta molona.

P3: Hay una fiesta molona sólo cuando me da por estudiar.

P4: Esta semana no me ha dado por estudiar, luego:

Q1: No pediré que me cambien el examen

Q2: Pediré que me cambien el examen



Construimos otro RAZONAMIENTO (Raz2)

P1: Plman ve un fantasma

P2: Es falso que Plman huya y mate al fantasma si lo ve

¿ qué se deduce ?

Q1: Plman no huye ni mata al fantasma

Q2: Plman no huye o no mata al fantasma

R
A
Z
O
N
A
M
I
E
N
T
O
L
Ó
G
I
C
O

Tendremos en cuenta...

Todo razonamiento lógico vendrá dado por n premisas P_i y una conclusión Q

$$P_1, P_2, \dots, P_n \Rightarrow Q$$

deductor



R
A
Z
O
N
A
M
I
E
N
T
O

D
D
E
D
U
C
T
I
V
O

Si el razonamiento es **deductivo** la **conclusión** se obtiene necesariamente de las premisas



Si las premisas son **verdaderas**, la conclusión, obtenida de ellas, **no puede ser falsa**, ya que



La conclusión forma parte de las premisas



Conclusión verdadera “necesariamente”

Premisa 1: “Si no hay una fiesta molona, estudio”

Premisa 2 “No hay una fiesta molona”

Conclusión cierta

“estudio”

Conclusión falsa

“NO estudio”



**Las premisas y
la conclusión
son
proposiciones**



Afirmación con sentido completo que
representa un **hecho** que puede ser
cierto (V) o falso (F)



**Las premisas y
la conclusión
son
proposiciones**



Afirmación con sentido completo que representa un **hecho** que puede ser cierto (V) o falso (F)

Atómica: hecho simple

Ej. Estudias

molecular: hechos simples conectados

Ej. Hay fiesta molona **y** estudias

No son proposiciones:

a) $x + y > 5$

b) ¿Estás pensando?



Tendremos en cuenta ...

- Sólo importa **CÓMO** se razona, **no** el **qué** se razona
- **No** se considera el **valor ontológico** de la proposición

P1: Si es cierto A entonces es cierto B.

P2: Es cierto A luego

Q: Es cierto B

A,B: representan cualquier proposición

A: Paris es la capital de España : **V** / **F**

B: El sábado vamos a la playa : **V** / **F**



Para **demostrar** la validez de los
Razonamientos lógicos en el
Sistema Lógica Primer Orden



1º **Formalizar/simbolizar** el
razonamiento
con el lenguaje lógico



FORMALIZACIÓN con el LENGUAJE LÓGICO

2 Niveles de abstracción

Lenguaje Proposicional

Lenguaje de Predicados → (PROLOG en prácticas)



L
E
N
G
U
A
J
E

P
R
O
P
O
S
I
C
I
O
N
A
L

VARIABLES PROPOSICIONALES
CONECTIVAS LÓGICAS
SÍMBOLOS AUXILIARES



Fórmulas lógicas bien formadas
proposicionales:

fbf

A
L
F
A
B
E
T
O

VARIABLES PROPOSICIONALES

letras / palabras nemotécnicas: $p, q, r, A, B, C, Ca, C2...$

> **Formalizan proposiciones atómicas**

Proposición P: **Estudias**

Variable proposicional **es**: **estudias**

MC = {es: estudias} marco conceptual

Fbf-P: es

Formalizar proposiciones
moleculares:

CONECTIVAS

NEGACIÓN \neg	No A, es falso A	$\neg A$
CONJUNCIÓN \wedge	A y B, A, pero B, ...	$A \wedge B$
DISYUNCIÓN \vee	A o B, Al menos A o B:	$A \vee B$
IMPLICACIÓN, CONDICIONAL \rightarrow	Si A entonces B, A sólo si B A es suficiente para B B es necesario para A No A a menos que B	$A \rightarrow B$
BICONDICIONAL \leftrightarrow	A si y sólo si B:	$A \leftrightarrow B$



Ejercicio 1. Formaliza

MC = { es: estudio
pi: pido cambio de examen }

Formato Moodle

MC = { A: estudio
B: pido cambio de examen }

proposición	fbf	Formato Moodle
1. Estudio sin embargo no pido cambio de examen		
2. Ni estudio ni pido cambio de examen		
3. Es falso que estudie y no pida cambio de examen		
4. O no estudio o es falso que pida cambio de examen y no lo pida		



Ejercicio 1. Formaliza

MC = { es: estudio
pi: pido cambio de examen }

Formato Moodle

MC = { A: estudio
B: pido cambio de examen }

proposición	fbf	Formato Moodle
1. Estudio sin embargo no pido cambio de examen	$es \wedge \neg pi$	Ay-B
2. Ni estudio ni pido cambio de examen		
3. Es falso que estudie y no pida cambio de examen		
4. O no estudio o es falso que pida cambio de examen y no lo pida		



Ejercicio 1. Formaliza

MC = { es: estudio
pi: pido cambio de examen }

Formato Moodle

MC = { A: estudio
B: pido cambio de examen }

proposición	fbf	Formato Moodle
1. Estudio sin embargo no pido cambio de examen	$es \wedge \neg pi$	Ay-B
2. Ni estudio ni pido cambio de examen	$\neg es \wedge \neg pi$	-Ay-B
3. Es falso que estudie y no pida cambio de examen		
4. O no estudio o es falso que pida cambio de examen y no lo pida		



Ejercicio 1. Formaliza

MC = { es: estudio
pi: pido cambio de examen }

Formato Moodle

MC = { A: estudio
B: pido cambio de examen }

proposición	fbf	Formato Moodle
1. Estudio sin embargo no pido cambio de examen	$es \wedge \neg pi$	Ay-B
2. Ni estudio ni pido cambio de examen	$\neg es \wedge \neg pi$	-Ay-B
3. Es falso que estudie y no pida cambio de examen	$\neg (es \wedge \neg pi)$	-(Ay-B)
4. O no estudio o es falso que pida cambio de examen y no lo pida		



Ejercicio 1. Formaliza

MC = { es: estudio
pi: pido cambio de examen }

Formato Moodle

MC = { A: estudio
B: pido cambio de examen }

proposición	fbf	Formato Moodle
1. Estudio sin embargo no pido cambio de examen	$es \wedge \neg pi$	$Ay-B$
2. Ni estudio ni pido cambio de examen	$\neg es \wedge \neg pi$	$-Ay-B$
3. Es falso que estudie y no pida cambio de examen	$\neg (es \wedge \neg pi)$	$-(Ay-B)$
4. O no estudio o es falso que pida cambio de examen y no lo pida	$\neg es \vee \neg(pi \wedge \neg pi)$	$-Av-(By-B)$



C
O
N
D
I
C
I
O
N
A
L

P1, P2: proposiciones

Formalizamos proposiciones **condicionales**:

Si P1 entonces P2

fbf-P1 → fbf-P2



C
O
N
D
I
C
I
O
N
A
L

P1, P2: proposiciones

Formalizamos proposiciones condicionales:

Si P1 entonces P2

fbf-P1 → **fbf-P2**

ANTECEDENTE
del condicional

CONSECUENTE
del condicional



C
O
N
D
I
C
I
O
N
A
L

P1, P2: proposiciones

Formalizamos proposiciones condicionales:

Si P1 entonces P2

fbf-P1 → **fbf-P2**

ANTECEDENTE
Condición
SUFICIENTE

CONSECUENTE
Condición
NECESARIA



ANTECEDENTE

Condición **SUFICIENTE****Si P1 entonces P2****P2 es verdadera Si P1 es verdadera**

Es suficiente que P1 sea verdadera para que P2 lo sea

Para que P2 sea verdadera es suficiente que P1 lo sea

FORMALIZACIÓN**fbf-P1 → fbf-P2**



ANTECEDENTE

Condición **SUFICIENTE****Si P1 entonces P2**

P2 es verdadera Si P1 es verdadera

Es suficiente que P1 sea verdadera para que P2 lo sea

Para que P2 sea verdadera es suficiente que P1 lo sea

FORMALIZACIÓN**fbf-P1 → fbf-P2**



ANTECEDENTE

Condición **SUFICIENTE****Si P1 entonces P2**

P2 es verdadera Si P1 es verdadera

Es suficiente que P1 sea verdadera para que P2 lo sea

Para que P2 sea verdadera **es suficiente** que P1 lo sea**FORMALIZACIÓN****fbf-P1 \rightarrow fbf-P2**

**EJERCICIO 2. Reescribe los condicionales**

Si bailo **entonces** soy feliz

... **SI**

Es suficiente ...

Para que ... **es suficiente**

**EJERCICIO 2. Reescribe los condicionales**

Si bailo **entonces** soy feliz

Soy feliz **SI** bailo

Es suficiente que baile para que sea feliz

Para que sea feliz **es suficiente** que baile

CONSECUENTE
Condición **NECESARIA**

Si P1 entonces P2



Es necesario que P2 sea verdadera para que P1 lo sea

Para que P1 sea verdadera es necesario que P2 lo sea

Sólo si P2 es verdadera, P1 es verdadera

FORMALIZACIÓN

fbf-P1 \rightarrow fbf-P2



CONSECUENTE
Condición **NECESARIA**

Si P1 entonces P2



Es necesario que P2 sea verdadera para que P1 lo sea

Para que P1 sea verdadera **es necesario** que P2 lo sea

Sólo si P2 es verdadera, P1 es verdadera

FORMALIZACIÓN

fbf-P1 \rightarrow fbf-P2

CONSECUENTE
Condición **NECESARIA**

Si P1 entonces P2



Es necesario que P2 sea verdadera para que P1 lo sea

Para que P1 sea verdadera es necesario que P2 lo sea

Sólo si P2 es verdadera, P1 es verdadera

FORMALIZACIÓN

fbf-P1 \rightarrow fbf-P2



EJERCICIO 2. Reescribe los condicionales

Si bailo **entonces** soy feliz

Es necesario...

Sólo si ...

entonces...

**EJERCICIO 2. Reescribe los condicionales**

Si bailo **entonces** soy feliz

Es necesario que sea feliz para que baile

Sólo si soy feliz **entonces...** bailo



CONSECUENTE
Condición **NECESARIA**

Si P1 entonces P2



Si no P2 entonces no P1



No es cierta P1 a menos que lo sea P2

FORMALIZACIÓN

fbf- $\neg P2$ \rightarrow fbf- $\neg P1$

**EJERCICIO 2. Reescribe los condicionales**

Si bailo **entonces** soy feliz

Si no ... **entonces...**

No ... **a menos que...**

A menos que ...

**EJERCICIO 2. Reescribe los condicionales**

Si bailo **entonces** soy feliz

Si no soy feliz **entonces** no bailo

No bailo **a menos que** sea feliz

A menos que ... sea feliz, no bailo

**EJERCICIO 3. Determina condición**

Si no bailo entonces no soy feliz

Condición suficiente:

Condición necesaria:

**EJERCICIO 3. Determina condición**

Si no bailo entonces no soy feliz

Condición suficiente: no bailo

Condición necesaria: no soy feliz



EJERCICIO 3. Determina condición

Sólo si no bailo, no soy feliz

Condición suficiente:

Condición necesaria:

**EJERCICIO 3. Determina condición**

Sólo si no bailo, no soy feliz

Condición suficiente: no soy feliz

Condición necesaria: no bailo



Un apunte de las proposiciones

No A a menos que B

Si A entonces B,
A sólo si B
A es suficiente para B
B es necesario para A
No A a menos que B

$$\begin{array}{l}
 \updownarrow \\
 \text{No A a menos que B} \quad \equiv \quad A \rightarrow B \\
 \text{Si NO B, NO A} \quad \equiv \quad \neg B \rightarrow \neg A
 \end{array}$$

>> La proposición que acompaña a “a menos que” es la condición **necesaria** > se formaliza tal como aparece en el enunciado

>> La condición **suficiente** se formaliza tal como aparece en el enunciado y después se **niega**

HOJA de REGLAS >> (Cp) $A \rightarrow B = \neg B \rightarrow \neg A$

Falta una conectiva...



B
I
C
O
N
D
I
C
I
O
N
A
L

Si P1 entonces P2 y si P2 entonces P1

P1 si, y sólo si P2

P1 es necesario y suficiente para P2

$$P1 \leftrightarrow P2$$

$$P2 \leftrightarrow P1$$

Soy feliz si, y sólo si bailo

Para que sea feliz es necesario, y también suficiente, que baile



MUY IMPORTANTE >>

Prioridad conectivas

$\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$.

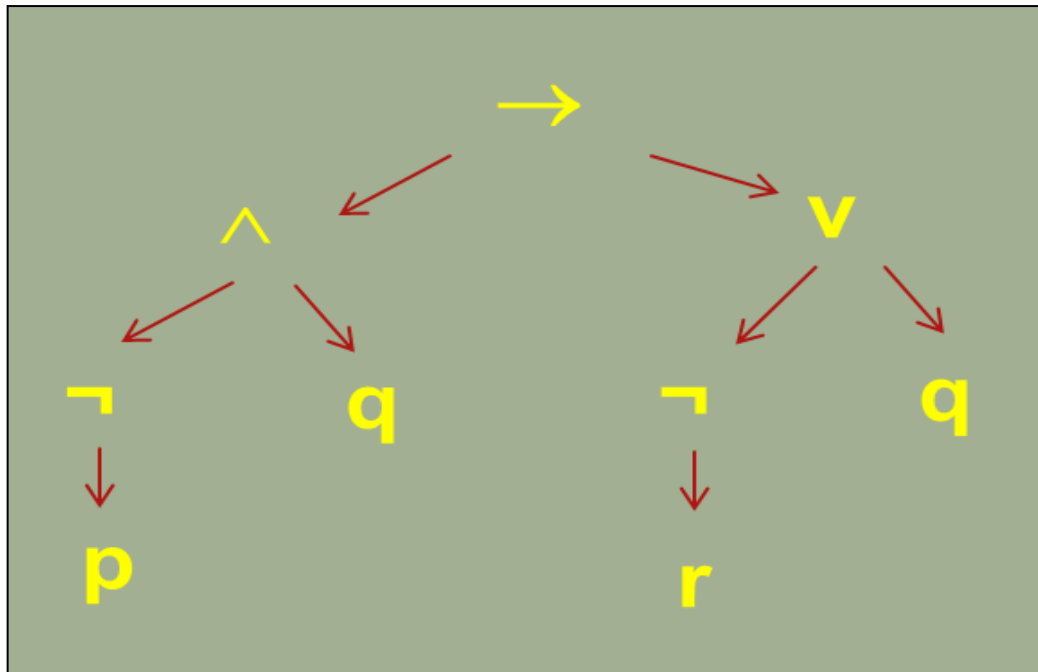
Una fbf se **define** por la conectiva de **mayor** prioridad.

$\neg p \wedge q \rightarrow \neg r$

prioridad en conectivas

$$\neg p \wedge q \rightarrow \neg r \vee q$$

$$((\neg(p) \wedge q) \rightarrow (\neg(r) \vee q))$$





FBF: fórmula bien formada es:

- Toda variable proposicional
- Cualquier fórmula

$$\neg A,$$

$$A \wedge B,$$

$$A \vee B,$$

$$A \rightarrow B,$$

$$A \leftrightarrow B,$$

donde A y B son fbfs.



**Fbfs
equivalentes**

A toda **FBF** se le pueden aplicar reglas de equivalencia para obtener otras fbfs **semánticamente** equivalentes a ella



Mismos resultados

Interés:

Teoría de circuitos... conseguir expresiones simplificadas

Demostración Automática-Programación lógica.

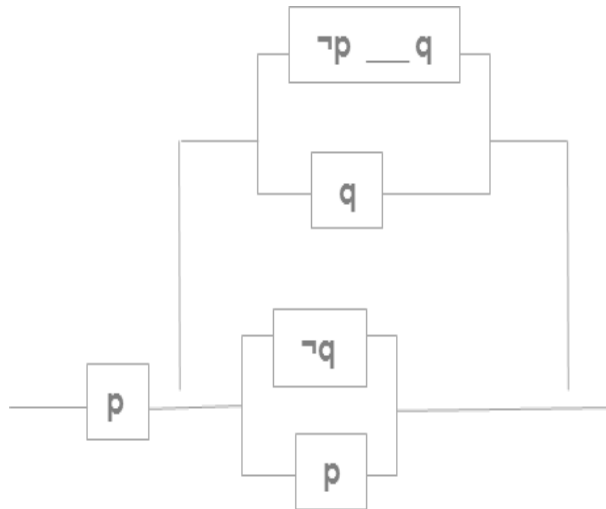
Demostración sin condicionales

$$A \rightarrow B = \neg A \vee B$$

*Fbf-A representa un circuito.
Aplica reglas de equivalencia a la fbf-A hasta obtener otra fbf que represente el mismo circuito*

EJERCICIO 4. Determina fbf equivalente

Fbf-A: $p \wedge \{ [(\neg p \wedge q) \vee q] \vee [\neg q \vee p] \}$



¿circuito equivalente?

- a) p
- b) q
- c) ¬p
- d) $p \rightarrow q$
- e) ¬q



En la Hoja de reglas...

REGLAS DE EQUIVALENCIA

(DI\wedge) (Definición implicador conjunción)	$A \rightarrow B \Leftrightarrow \neg(A \wedge \neg B)$
(DI\vee) (Definición implicador disyunción)	$A \rightarrow B \Leftrightarrow \neg A \vee B$
Cp (Contrapositivo)	$A \rightarrow B \Leftrightarrow \neg B \rightarrow \neg A$
De Morgan	(M\wedge) $\neg(A \vee B) \Leftrightarrow \neg A \wedge \neg B$; (M\vee) $\neg(A \wedge B) \Leftrightarrow \neg A \vee \neg B$
Idempotencia	(Idc) $A \wedge A \Leftrightarrow A$; (Idd) $A \vee A \Leftrightarrow A$
Absorción	(AbsC) $A \wedge (A \vee B) \Leftrightarrow A$; (AbsD) $A \vee (A \wedge B) \Leftrightarrow A$
Distributiva	(DD) $A \wedge (B \vee C) \Rightarrow (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$ (DC) $A \vee (B \wedge C) \Rightarrow (A \vee B) \wedge (A \vee C)$
Equivalencias semánticas	$E_1: p \wedge \neg p = F$; $E_2: p \vee \neg p = V$; $E_3: p \wedge V = p$; $E_4: p \vee V = V$; $E_5: p \wedge F = F$; $E_6: p \vee F = p$;

**EJERCICIO 4. Determina fbf equivalente**

$$\text{Fbf-A: } p \wedge \{ [(-p \wedge q) \vee q] \vee [-q \vee p] \}$$

$$p \wedge \{ [(-p \wedge q) \vee q \vee -q \vee p] \}$$

$$p \wedge \{ [(-p \vee q) \vee \mathbf{V} \vee p] \} \quad \text{E2}$$

$$p \wedge \mathbf{V} \quad \text{E4}$$

$$\mathbf{p} \quad \text{E3}$$



EJERCICIO 5. Determina fbf equivalente

P: Es falso que sea necesario que esté contento para que cante o baile

MC = { co: estoy contento, ca: canto, ba: bailo }

1. Formaliza según MC, escribe **Fbf-P**
2. Consigue una fbf equivalente cuya conectiva principal sea la **conjunción**.
Escribe las reglas que apliques

**EJERCICIO 5. Determina fbf equivalente**

P: Es falso que sea necesario que esté contento para que cante o baile

MC = { co: estoy contento, ca: canto, ba: bailo }

1. Formaliza según MC, escribe **Fbf-P**

Fbf-P: $\neg (ca \vee ba \rightarrow co)$

EJERCICIO 5. Determina fbf equivalente

P: Es falso que sea necesario que esté contento para que cante o baile

MC = { co: estoy contento, ca: canto, ba: bailo }

2. Consigue una fbf equivalente cuya conectiva principal sea la conjunción.

Escribe las reglas que apliques

$$\neg (\neg(ca \vee ba) \vee co)$$

$$\neg\neg (ca \vee ba) \wedge \neg co$$

$$(ca \vee ba) \wedge \neg co$$

$$\text{Div } A \rightarrow B = \neg A \vee B$$

$$\text{Morgan } \neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$$

$$\text{DN } \neg\neg A = A$$



Fbf en forma clausal

Ok para Demostración automática



EJERCICIO 6. Formaliza razonamientos



FORMALIZAMOS RAZONAMIENTO (Raz1)

P1: Esta semana hay examen de mates

P2: No pediré que me cambien el examen a menos que haya una fiesta molona.

P3: Hay una fiesta molona sólo cuando me da por estudiar.

P4: Esta semana no me ha dado por estudiar, luego:

Q1: No pediré que me cambien el examen

Q2: Pediré que me cambien el examen

$M_c = \{em: \text{ esta semana hay examen de mates; } cb: \text{ pido cambiar examen; } fmo: \text{ hay fiesta molona; } es: \text{ me da por estudia}\}$

Raz1/Q1: $em, cb \rightarrow fmo, fmo \rightarrow es, \neg es \Rightarrow \neg cb$

Raz1/Q2: $em, cb \rightarrow fmo, fmo \rightarrow es, \neg es \Rightarrow cb$



EJERCICIO 7. Formaliza razonamientos



FORMALIZAMOS RAZONAMIENTO (Raz2)

P1: Plman ve un fantasma

P2: Es falso que Plman huya y mate al fantasma si lo ve

¿ qué se deduce ?

Q1: Plman no huye ni mata al fantasma

Q2: Plman no huye o no mata al fantasma

$M_c = \{ve: \text{Plman ve fantasma}; hu: \text{Plman huye}; ma: \text{Plman mata fantasma}\}$

Raz1/Q1: $ve, ve \rightarrow \neg(hu \wedge ma) \Rightarrow \neg hu \wedge \neg ma$

Raz1/Q2: $ve, ve \rightarrow \neg(hu \wedge ma) \Rightarrow \neg hu \vee \neg ma$



Resumen

Formalizar proposiciones con el LENGUAJE DE PROPOSICIONES

1° Se determinan todas las **proposiciones atómicas diferentes**. Se elige el nombre de la variable proposicional que simbolizará a cada una.

Se añaden a MC

2° En las proposiciones **moleculares** se determina la **conectiva principal** y cada una de las conectivas que conectan las proposiciones atómicas

3° Si es el caso, se “reescribe” la fbf aplicando reglas de equivalencia



El lenguaje de proposiciones
queda “corto”
para representar conocimiento con lenguaje **Prolog**



Lenguaje lógico más “expresivo” =>
Lenguaje de **predicados**



Fbf en **Forma Clausal**



Fórmulas lógicas con la sintaxis del Lenguaje de **predicados**



Los perros ladran

$\forall x [\text{perro}(x) \rightarrow \text{ladra}(x)],$

Kira es perro

$\text{perro}(\text{kira})$

Kira ladra

$\text{ladra}(\text{kira})$

Fórmulas lógicas con la sintaxis del Lenguaje **Prolog**



$\forall x [\text{perro}(x) \rightarrow \text{ladra}(x)]$

$\text{ladra}(X) \text{ :- } \text{perro}(X).$

$\text{perro}(\text{kira})$

$\text{perro}(\text{kira}).$

$\text{ladra}(\text{kira})$

$\text{ladra}(\text{kira}).$

Lenguaje de predicados

En una Proposición se distingue

“Qué se afirma”

Estructuras que definen
Propiedades :
Ej. atractivo(plman).
/
Relaciones entre sujetos
Ej. amigo(plman, Luis)

“De quién se afirma”

Sujetos afectados por los
predicados
Ej. plman
luis

Estructura para la formalización:
predicado/n

Predicado: construcción lógica formada por:

nombre(arg 1, arg2,... argn)

argi: sujetos a los afecta el predicado

Sujetos constantes: aparecen de forma explícita en las proposiciones atómicas que se declaran como hechos en Prolog

Ej: Kira -> en Prolog : **kira**

Sujetos variables: aparecen de forma implícita en las proposiciones condicionales que se declaran como reglas en Prolog.

Ej. ladra(**X**) :- perro(**X**).