

Ejercicios (resueltos)

Formalizar proposiciones con el lenguaje proposicional.

Reescribir proposiciones condicionales con distintos nexos

\neg	NEGACIÓN	No A, es falso A:	$\neg A$
\wedge	CONJUNCIÓN	A y B, A pero B, A aunque B...	$A \wedge B$
\vee	DISYUNCIÓN	A o B, Al menos A o B:	$A \vee B$
\rightarrow	IMPLICACIÓN, CONDICIONAL	Si A entonces B, A sólo si B A es suficiente para B B es necesario para A No A a menos que B	$A \rightarrow B$
\leftrightarrow	BICONDICIONAL	A si y sólo si B:	$A \leftrightarrow B$

REGLAS DE EQUIVALENCIA	
(DI\wedge) (Definición implicador conjunción)	$A \rightarrow B \Leftrightarrow \neg(A \wedge \neg B)$
(DI\vee) (Definición implicador disyunción)	$A \rightarrow B \Leftrightarrow \neg A \vee B$
Cp (Contrapositivo)	$A \rightarrow B \Leftrightarrow \neg B \rightarrow \neg A$
De Morgan	(M\wedge) $\neg(A \vee B) \Leftrightarrow \neg A \wedge \neg B$; (M\vee) $\neg(A \wedge B) \Leftrightarrow \neg A \vee \neg B$
Idempotencia	(Idc) $A \wedge A \Leftrightarrow A$; (Idd) $A \vee A \Leftrightarrow A$
Absorción	(AbsC) $A \wedge (A \vee B) \Leftrightarrow A$; (AbsD) $A \vee (A \wedge B) \Leftrightarrow A$
Distributiva	(DD) $A \wedge (B \vee C) \Rightarrow (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$ (DC) $A \vee (B \wedge C) \Rightarrow (A \vee B) \wedge (A \vee C)$
Equivalencias semánticas	$E_1: p \wedge \neg p = F$; $E_2: p \vee \neg p = V$; $E_3: p \wedge V = p$; $E_4: p \vee V = V$; $E_5: p \wedge F = F$; $E_6: p \vee F = p$;

NEXOS DEL CONDICIONAL

Sean E1 y E2 enunciados de proposiciones cualesquiera, atómicas o moleculares.

Sean $fbf-E1$ y $fbf-E2$ las fórmulas lógicas de cada enunciado.

Las proposiciones E1 y E2 conforman un enunciado condicional cuando se relacionan de acuerdo a los siguientes patrones

Si E1 entonces E2

E1 sólo si E2

E1 es suficiente para E2

E2 es necesario para E1

No E1 a menos que E2

$$fbf-E1 \rightarrow fbf-E2$$

Fbf-E1 : es el **antecedente** del condicional

Fbf-E2 : es el **consecuente** del condicional

El antecedente se corresponde con la condición suficiente del condicional y el consecuente con la condición necesaria.

Cuando la condición suficiente es cierta se deduce que es cierta la condición necesaria.
Cuando la condición necesaria es falsa se deduce que es falsa la condición suficiente.

Ejercicio 1

Formaliza las proposiciones según MC

$A \rightarrow B$

Si A entonces B,
 A sólo si B
 A es suficiente para B
 B es necesario para A
 No A a menos que B

MC = { **ca**: canto; **ba**: bailo }

proposición	fbf
Si canto entonces bailo	
No bailo sólo si no canto	
Sólo si canto, no bailo	
Que cante es suficiente para que baile	
Que cante es necesario para que baile	
Es necesario que cante para que baile	
No canto a menos que baile	
A menos que no cante, no bailo	
Canto a menos que no baile	

$A \rightarrow B$

Si A entonces B,
 A sólo si B
 A es suficiente para B
 B es necesario para A
 No A a menos que B

$MC = \{ ca: \text{canto}; ba: \text{bailo} \}$

proposición	fbf
Si canto entonces bailo	$ca \rightarrow ba$
No bailo sólo si no canto	$\neg ba \rightarrow \neg ca$
Sólo si canto, no bailo	$\neg ba \rightarrow ca$
Que cante es suficiente para que baile	$ca \rightarrow ba$
Que cante es necesario para que baile	$ba \rightarrow ca$
Es necesario que cante para que baile	$ba \rightarrow ca$
No canto a menos que baile	$\neg \neg ca \rightarrow ba$
A menos que no cante, no bailo	$\neg \neg ba \rightarrow \neg ca$
Canto a menos que no baile	$\neg ca \rightarrow \neg ba$

Ejercicio 2

2023- 24

Para las proposiciones P1...P6 se pide:

- Su fbf en lenguaje proposicional según MC propuesto.
- Reescribir en lenguaje natural cada proposición con los nexos condicionales que se propongan

P1: Si bailo entonces soy feliz y estoy contenta

P2: Es necesario que baile para que sea feliz y esté contenta.

P3: No soy feliz a menos que baile.

P4: No soy feliz ni estoy contenta a menos que baile.

P5: A menos que baile, soy feliz, aunque no estoy contenta

P6: No es suficiente que baile y esté contenta para que sea feliz

MC = { **fe**: soy feliz;
co: estoy contenta;
ba: bailo }

Ejercicio 2

2023-24

MC = { **fe**: soy feliz; **co**: estoy contenta; **ba**: bailo }

P1: Si bailo entonces soy feliz y estoy contenta

Fbf-P1:

P1: **Sólo si...**

P1: **No ... a menos que ...**

P1: **Si no ...**

A → B

Si A entonces B,
A sólo si B
A es suficiente para B
B es necesario para A
No A a menos que B

MC = { **fe**: soy feliz; **co**: estoy contenta; **ba**: bailo }

P1: Si bailo entonces soy feliz y estoy contenta

Fbf-P1: **ba** \rightarrow **fe** \wedge **co**

P1: **Sólo si** soy feliz y estoy contenta, bailo

P1: **No** bailo **a menos que** sea feliz y esté contenta

P1: **Si no** soy feliz y estoy contenta, **no** bailo

Si A entonces B,
A sólo si B
A es suficiente para B
B es necesario para A
No A a menos que B

MC = { **fe**: soy feliz; **co**: estoy contenta; **ba**: bailo }

P2: Es necesario que baile para que sea feliz y esté contenta

Fbf-P2:

P2: Si no ...

P2: Es suficiente ...

P2: No ... a menos que...

Si A entonces B,
A sólo si B
A es suficiente para B
B es necesario para A
No A a menos que B

MC = { **fe**: soy feliz; **co**: estoy contenta; **ba**: bailo }

P2: Es necesario que baile para que sea feliz y esté contenta

Fbf-P2: **fe** \wedge **co** \rightarrow **ba**

P2: **Si no** bailo entonces es falso que sea feliz y esté contenta

P2: **Es suficiente** sea feliz y esté contenta para que baile

P2: **No** es cierto que sea feliz y esté contenta **a menos que** baile

Si A entonces B,
A sólo si B
A es suficiente para B
B es necesario para A
No A a menos que B

MC = { **fe**: soy feliz; **co**: estoy contenta; **ba**: bailo }

P3: No soy feliz a menos que baile

Fbf-P3:

P3: **Si no** ...

P3: **Es suficiente** ...

P3: **Es necesario**...

P3: **Sólo si** ...

Si A entonces B,
A sólo si B
A es suficiente para B
B es necesario para A
No A a menos que B

MC = { **fe**: soy feliz; **co**: estoy contenta; **ba**: bailo }

P3: No soy feliz a menos que baile

Fbf-P3: **fe** \rightarrow **ba**

P3: **Si no** bailo **entonces** no soy feliz

P3: **Es suficiente** que no baile para que no sea feliz

P3: **Es necesario** que baile para que sea feliz

P3: **Sólo si** bailo, soy feliz

$A \rightarrow B$ Si A entonces B,
A sólo si B
A es suficiente para B
B es necesario para A
No A a menos que B

$MC = \{ \text{fe: soy feliz; co: estoy contenta; ba: bailo} \}$

P4: No soy feliz ni estoy contenta a menos que baile

Fbf-P4:

P4: Si no...

P4: Es suficiente...

P4: Es necesario ...

P4: Sólo si ...

$A \rightarrow B$ Si A entonces B,
A sólo si B
A es suficiente para B
B es necesario para A
No A a menos que B

MC = { **fe**: soy feliz; **co**: estoy contenta; **ba**: bailo }

P4: No soy feliz ni estoy contenta a menos que baile

Fbf-P4: $\neg(\neg fe \wedge \neg co) \rightarrow ba$

P4: **Si no** bailo **entonces** es falso que no sea feliz y no esté contenta

P4: **Es suficiente** que sea falso que no esté contenta ni sea feliz para que baile

P4: **Es necesario** que baile para que no sea cierto que no sea feliz y no esté contenta

P4: **Sólo si** bailo, es falso que no sea feliz y no esté contenta

Si A entonces B,
A sólo si B
A es suficiente para B
B es necesario para A
No A a menos que B

MC = { fe: soy feliz; co: estoy contenta; ba: bailo }

P5: A menos que baile, soy feliz, aunque no estoy contenta

Fbf-P5:

P5: Si no ...

P5: Es suficiente ...

P5: Es necesario ...

P5: Si...

Si A entonces B,
 A sólo si B
 A es suficiente para B
 B es necesario para A
 No A a menos que B

MC = { **fe**: soy feliz; **co**: estoy contenta; **ba**: bailo }

P5: A menos que baile, soy feliz, aunque no estoy contenta

Fbf-P5: $\neg(\mathbf{fe} \wedge \neg\mathbf{co}) \rightarrow \mathbf{ba}$

P5: Si no bailo entonces es falso que sea feliz y no esté contenta

P5: Es suficiente que no sea cierto que sea feliz y no esté contenta para que baile

P5: Es necesario que baile para que sea falso que sea feliz y no esté contenta

P5: Si no soy feliz o estoy contenta, bailo

Si A entonces B,
A sólo si B
A es suficiente para B
B es necesario para A
No A a menos que B

MC = { **fe**: soy feliz; **co**: estoy contenta; **ba**: bailo }

P6: No es suficiente que baile y esté contenta para que sea feliz

Fbf-P6:

Transforma la fbf-P6 en una condicional. Explica el resultado:

Fbf-P6 equivalente:

P6: Es suficiente ...

P6: Es necesario ...

Si A entonces B,
 A sólo si B
 A es suficiente para B
 B es necesario para A
 No A a menos que B

MC = { **fe**: soy feliz; **co**: estoy contenta; **ba**: bailo }

P6: No es suficiente que baile y esté contenta para que sea feliz

Fbf-P6: $\neg(\text{ba} \wedge \text{co} \rightarrow \text{fe})$

La fbf-P6 no es condicional. Para reescribirla con los nexos condicionales aplicamos reglas de equivalencia y comprobamos si podemos obtener un condicional.

Fbf-P6: $\neg(\text{ba} \wedge \text{co} \rightarrow \text{fe})$
 $\neg[\neg(\text{ba} \wedge \text{co}) \vee \text{fe}]$ Div
 $\neg[\neg\text{ba} \vee \neg\text{co} \vee \text{fe}]$ Morgan ^
 $\text{ba} \wedge \text{co} \wedge \neg\text{fe}$ Morgan v

No se obtiene condicional luego no podemos reescribirla con los nexos pedidos

P6: Es suficiente ...

P6: Es necesario ...