



Tema 3: Semántica Lógica

EJERCICIOS (algunos resueltos) sobre

Interpretación de fórmulas lógicas y razonamientos

usando tablas de verdad

y

método del contraejemplo

Ten a mano la Hoja de Reglas de inferencias lógicas



T3-Ej1. Escribe una interpretación **modelo** de la fbf-P siendo P la proposición:

P: Ana está contenta si canta pero sólo si baila es feliz.

Previamente formaliza P usando el marco conceptual:

MC = { co: Ana está contenta; ca: Ana canta; fe: Ana es feliz; ba: Ana baila }

Solución



T3-Ej1. Escribe una interpretación **modelo** de la fbf-P siendo P la proposición:

P: Ana está contenta si canta pero sólo si baila es feliz.

Previamente formaliza P usando el marco conceptual:

MC = { co: Ana está contenta; ca: Ana canta; fe: Ana es feliz; ba: Ana baila }

Solución

Fbf-P: $(ca \rightarrow co) \wedge (fe \rightarrow ba)$

Interpretación modelo Int = { ca = F, co = V, fe = F, ba = F }

(1) Si ca : F \Rightarrow (ca \rightarrow co) : V

(2) Si fe : F \Rightarrow (fe \rightarrow ba) : V

La conjunción de (1) y (2) se interpreta como verdadera V, luego fbf-P : V



T3-Ej2. Clasifica semánticamente la fbf : p indicando el número total de interpretaciones. Escribe, si es el caso, una **interpretación modelo** y otra **contramodelo** de la fbf, pero si no es posible, explica por qué.

Solución



T3-Ej2. Clasifica semánticamente la fbf : p indicando el número total de interpretaciones. Escribe, si es el caso, una **interpretación modelo** y otra **contramodelo** de la fbf, pero si no es posible, explica por qué.

Solución

Num interpretaciones: 2.

si $p : V \gg$ fbf- $p : V$

si $p : F \gg$ fbf- $p : F$

La fbf: p se clasifica semánticamente como una **contingencia**.



T3-Ej3. Formaliza P , según $MC = \{ A: A; B: B \}$, e indica el número total de interpretaciones. Escribe, si es el caso, una **interpretación modelo** y otra **contramodelo** de la fbf, pero si no es posible, explica por qué.

P: Si no sucede A ni B entonces es falso A a menos que sea cierto B .

Solución

Fbf-P:

Número interpretaciones:

Int-modelo =

Int-contramodelo =



T3-Ej3. Formaliza P, según $MC = \{ A: A; B: B \}$, e indica el número total de interpretaciones. Escribe, si es el caso, una **interpretación modelo** y otra **contramodelo** de la fbf, pero si no es posible, explica por qué.

P: Si no sucede A ni B entonces es falso A a menos que sea cierto B.

Solución

Fbf-P: $\neg A \wedge \neg B \rightarrow (A \rightarrow B)$

Número interpretaciones: 4

Int-modelo = $\{ A : V, B :V \}$

Int-contramodelo = no existe. No hay conjunto de valores de verdad de A y B que hagan la fbf-P falsa



T3-Ej4. Interpreta las fórmulas Fbf-a: $(\neg p \wedge t) \rightarrow s$ y Fbf-b: $\neg(p \wedge (\neg q \wedge \neg p))$ teniendo en cuenta que las fórmulas Fbf-1: $p \rightarrow q$ y Fbf-2: $q \vee t$, se interpretan como falsas

Solución



2023-24 **T3-Ej4.** Interpreta las fórmulas Fbf-a: $(\neg p \wedge t) \rightarrow s$ y Fbf-b: $\neg(p \wedge (\neg q \wedge \neg p))$ teniendo en cuenta que las fórmulas Fbf-1: $p \rightarrow q$ y Fbf-2: $q \vee t$, se interpretan como falsas

Solución

Si Fbf-1 : F \Rightarrow p : V, q : F

Si Fbf-2 : F \Rightarrow q : F, t : F

Según estos valores de verdad \Rightarrow La Fbf-a se interpreta como V

Fbf-a: $(\neg p \wedge t) \rightarrow s = (F \wedge F) \rightarrow s = F \rightarrow s : V$

Según estos valores de verdad \Rightarrow La Fbf-b se interpreta como V

Fbf-b: $\neg(p \wedge (\neg q \wedge \neg p)) = \neg(V \wedge (V \wedge F)) = \neg(V \wedge F) : V$



En los ejercicios T3-Ej5.1, 5.2, 5.3 y 5.4 se pide:

Usando una **tabla de verdad (TV)** debes estudiar si los razonamientos propuestos son correctos a partir de la interpretación de las premisas y de la conclusión.

Para ello: 1° Formaliza las proposiciones (escribe fbf).

2° Escribe el número de interpretaciones del razonamiento.

3° Completa la TV con los valores de verdad de cada fbf.

4° Indica, si es el caso, las filas donde aparecen interpretaciones contraejemplo y explica lo que significa su existencia en el estudio de la validez del razonamiento.

En cada ejercicio aparecen símbolos A, B y C que representan proposiciones atómicas cualesquiera y que conforman los enunciados de las proposiciones moleculares P_i .

Todo razonamiento debe estar **formalizado** teniendo en cuenta $MC = \{ A: A; B: B; C: C \}$ (usamos los mismos nombres de las proposiciones para las variables proposicionales)



T3-Ej5.1 P1: Es suficiente que sea cierta A o B para que se realice la acción C.

P2: Es falso B, pero cierto A

Raz1: $P1, P2 \Rightarrow C$

Solución

Fbf-P1

Fbf-P2:

Numero interpretaciones:



T3-Ej5.1 P1: Es suficiente que sea cierta A o B para que se realice la acción C.

P2: Es falso B, pero cierto A

Raz1: $P1, P2 \Rightarrow C$

Solución

Fbf-P1: $A \vee B \rightarrow C$

Fbf-P2: $\neg B \wedge A$

Numero interpretaciones: 8



2023 T3-Ej5.1 P1: Es suficiente que sea cierta A o B para que se realice la acción C.

P2: Es falso B, pero cierto A

Raz1: $P1, P2 \Rightarrow C$

Explica el resultado:



2023- T3-Ej5.1 P1: Es suficiente que sea cierta A o B para que se realice la acción C.

P2: Es falso B, pero cierto A

Raz1: $P1, P2 \Rightarrow C$

A	B	C	$\neg B$	$A \vee B$	P1: $A \vee B \rightarrow C$	P2: $\neg B \wedge A$	Q: C
V	V	V	F	V	V	F	V
V	V	F	F	V	F	F	F
V	F	V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	V	F	V	F
F	V	V	F	V	V	F	V
F	V	F	F	V	F	F	F
F	F	V	V	F	V	F	V
F	F	F	V	F	V	F	F

Explica el resultado: No existe ninguna fila que contenga una interpretación contraejemplo (premisas V y conclusion F), por lo tanto, Raz1 es correcto y podemos afirmar que C se realiza



T3-Ej5.2. P1: Es suficiente que sea cierta A o B para que se realice la acción C.

P3: No se da ninguna condición, ni A ni B

Raz2: $P1, P3 \Rightarrow C$

Solución

Fbf-P1:

Fbf-P3:

Numero interpretaciones:



T3-Ej5.2. P1: Es suficiente que sea cierta A o B para que se realice la acción C.

P3: No se da ninguna condición, ni A ni B

Raz2: P1, P3 \Rightarrow C

Solución

Fbf-P1: $A \vee B \rightarrow C$

Fbf-P3: $\neg B \wedge \neg A$

Numero interpretaciones: 8



T3-Ej5.2. P1: Es suficiente que sea cierta A o B para que se realice la acción C.

P3: No se da ninguna condición, ni A ni B

Raz2: P1, P3 => C

Explica el resultado:



T3-Ej5.2. P1: Es suficiente que sea cierta A o B para que se realice la acción C.

P3: No se da ninguna condición, ni A ni B

Raz2: P1, P3 => C

A	B	C	$\neg B$	$A \vee B$	P1: $A \vee B \rightarrow C$	P3: $\neg B \wedge \neg A$	Q: C
V	V	V	F	V	V	F	V
V	V	F	F	V	F	F	F
V	F	V	V	V	V	F	V
V	F	F	V	V	F	F	F
F	V	V	F	V	V	F	V
F	V	F	F	V	F	F	F
F	F	V	V	F	V	V	V
F	F	F	V	F	V	V	F

Explica el resultado: En la fila 8 aparece una interpretación contraejemplo (premisas V y conclusion F), por lo tanto, Raz2 NO es correcto y podemos deducir que C no se realiza



2023-2 **T3-Ej5.3.** P1: Es suficiente que sea cierta A o B para que se realice la acción C.

P4: La proposición A es cierta sólo si lo es B.

P5: B es cierta.

Raz3: P1, P4, P5 \Rightarrow C

Solución

Fbf-P1:

Fbf-P4:

Fbf-P5:

Numero interpretaciones:



2023-2 **T3-Ej5.3.** P1: Es suficiente que sea cierta A o B para que se realice la acción C.

P4: La proposición A es cierta sólo si lo es B.

P5: B es cierta.

Raz3: P1, P4, P5 \Rightarrow C

Solución

Fbf-P1: $A \vee B \rightarrow C$

Fbf-P4: $A \rightarrow B$

Fbf-P5: B

Numero interpretaciones: 8



2023-2 T3-Ej5.3. P1: Es suficiente que sea cierta A o B para que se realice la acción C.

P4: La proposición A es cierta sólo si lo es B.

P5: B es cierta.

Raz3: P1, P4, P5 => C

Explica el resultado:



T3-Ej5.3. P1: Es suficiente que sea cierta A o B para que se realice la acción C.

P4: La proposición A es cierta sólo si lo es B.

P5: B es cierta.

Raz3: P1, P4, P5 => C

A	B	C	$A \vee B$	P1: $A \vee B \rightarrow C$	P4: $A \rightarrow B$	P5: B	Q: C
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	V	V	F
V	F	V	V	V	F	F	V
V	F	F	V	F	F	F	F
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	F	V	V	F
F	F	V	F	V	V	F	V
F	F	F	F	V	V	F	F

Explica el resultado: No existe ninguna fila que contenga una interpretación contraejemplo (premisas V y conclusion F), por lo tanto, Raz3 es correcto y podemos deducir que C se realiza



T3-Ej5.4. P1: Es suficiente que sea cierta A o B para que se realice la acción C.

P6: Para que sea cierta la condición A es suficiente que lo sea B.

P7: No es cierta B.

Raz4: P1, P6, P7 \Rightarrow C

Solución

Fbf-P1:

Fbf-P6:

Fbf-P7:

Numero interpretaciones:



T3-Ej5.4. P1: Es suficiente que sea cierta A o B para que se realice la acción C.

P6: Para que sea cierta la condición A es suficiente que lo sea B.

P7: No es cierta B.

Raz4: P1, P6, P7 \Rightarrow C

Solución

Fbf-P1: $A \vee B \rightarrow C$

Fbf-P6: $B \rightarrow A$

Fbf-P7: $\neg B$

Numero interpretaciones: 8



T3-Ej5.4. P1: Es suficiente que sea cierta A o B para que se realice la acción C.

P6: Para que sea cierta la condición A es suficiente que lo sea B.

P7: No es cierta B.

Raz4: P1, P6, P7 => C

Explica el resultado:



T3-Ej5.4. P1: Es suficiente que sea cierta A o B para que se realice la acción C.

P6: Para que sea cierta la condición A es suficiente que lo sea B.

P7: No es cierta B.

Raz4: P1, P6, P7 => C

A	B	C	$A \vee B$	P1: $A \vee B \rightarrow C$	P6: $B \rightarrow A$	P7: $\neg B$	Q: C
V	V	V	V	V	V	F	V
V	V	F	V	F	V	F	F
V	F	V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	F	V	V	F
F	V	V	V	V	F	F	V
F	V	F	V	F	F	F	F
F	F	V	F	V	V	V	V
F	F	F	F	V	V	V	F

Explica el resultado: En la fila 8 aparece una interpretación contraejemplo (premisas V y conclusion F), por lo tanto, Raz4 NO es correcto y podemos deducir que C no se realiza



En los siguientes ejercicios T3-Ej6.1, 6.2 tienes que aplicar el **método del contraejemplo** para demostrar o que una fbf es tautología o para decidir si el razonamiento propuesto es correcto.

Toda fbf debe estar previamente **formalizada** teniendo en cuenta su marco conceptual que estará, o previamente definido, o pendiente de describir, por tu parte.

Cuando tengas que interpretar una fbf para comprobar si es **una tautología**:

1° indica cuál es su conectiva principal.

2° escribe su tabla de verdad.

3° escribe el valor de verdad que dicha conectiva debe tomar, inicialmente, al aplicar el método del contraejemplo.

4° estudia si la fbf admite dicha interpretación y, si es el caso, escribe la valor de verdad de cada variable proposicional explicando lo que esto significa.

Cuando tengas que demostrar la **validez de un razonamiento**:

1° distingue las fbfs premisas y conclusión.

2° escribe la interpretación, inicial, que debe tener el razonamiento para admitir un contraejemplo y explica lo que esto supone en relación a la validez del razonamiento.

3° explica si el razonamiento admite contraejemplo y, en ese caso, escribe el valor de verdad de cada variable proposicional. Si no es así, explica lo que significa que el razonamiento no admita un contraejemplo.



T3-Ej6.1. Estudia si la proposición P es una tautología.

P: Las clases de lógica son divertidas sólo si son breves, es decir, no es cierto que las clases de lógica sean divertidas y no sean breves.

Usa $MC = \{di: \text{clases divertidas}; br: \text{clases breves}\}$

Solución

Fbf-P:

Tabla de verdad

Conectiva principal :

Valor de verdad, inicial, de la conectiva principal:



T3-Ej6.1. Estudia si la proposición P es una tautología.

P: Las clases de lógica son divertidas sólo si son breves, es decir, no es cierto que las clases de lógica sean divertidas y no sean breves.

Usa MC = {di: clases divertidas; br: clases breves }

Solución

$$\text{Fbf-P: } (di \rightarrow br) \leftrightarrow \neg (di \wedge \neg br)$$

Conectiva principal : \leftrightarrow

Valor de verdad, inicial, de la conectiva principal: **F**

Tabla de verdad

A	B	$A \rightarrow B$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

**T3-Ej6.1.** Pasos de la búsqueda de la interpretación F (contraejemplo) en la fbf.

Como la fbf es un bicondicional tenemos dos opciones para que la fbf sea falsa

Solución

$$(di \rightarrow br) \leftrightarrow \neg (di \wedge \neg br) : \mathbf{F}$$

$$(di \rightarrow br) : \mathbf{V}$$

$$\neg (di \wedge \neg br) : \mathbf{F}$$

$$(di \rightarrow br) : \mathbf{F}$$

$$\neg (di \wedge \neg br) : \mathbf{V}$$



$$(di \rightarrow br) \leftrightarrow \neg (di \wedge \neg br) : \mathbf{F}$$



$$(di \rightarrow br) \leftrightarrow \neg (di \wedge \neg br) : F$$

$$(di \rightarrow br) : V$$

$$\neg (di \wedge \neg br) : F$$



$$(di \rightarrow br) \leftrightarrow \neg (di \wedge \neg br) : F$$

$$(di \rightarrow br) : V$$

$$\neg (di \wedge \neg br) : F$$

$$(di \wedge \neg br) : V$$



$$(di \rightarrow br) \leftrightarrow \neg (di \wedge \neg br) : F$$

$$(di \rightarrow br) : V$$

$$\neg (di \wedge \neg br) : F$$



$$(di \wedge \neg br) : V$$



$$di : V$$

$$\neg br : V$$



$$(di \rightarrow br) \leftrightarrow \neg (di \wedge \neg br) : F$$

$$(di \rightarrow br) : V$$

$$\neg (di \wedge \neg br) : F$$

$$(di \wedge \neg br) : V$$

$$di : V$$

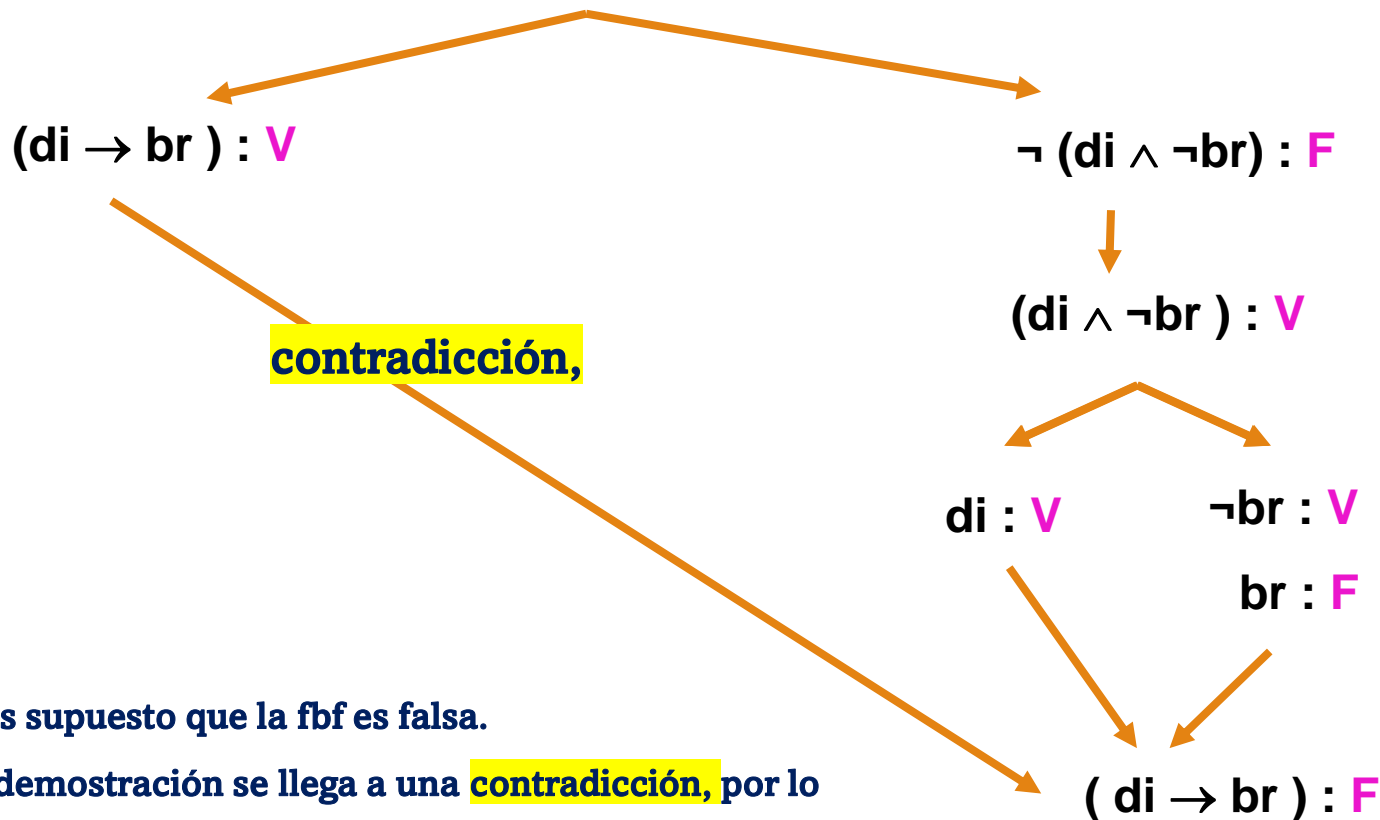
$$\neg br : V$$

$$br : F$$

$$(di \rightarrow br) : F$$



$$(di \rightarrow br) \leftrightarrow \neg (di \wedge \neg br) : F$$



Hemos supuesto que la fbf es falsa.

En la demostración se llega a una **contradicción**, por lo tanto, la fbf nunca es F, luego **es tautología**

Similar la demostración con la otra opción de la fbf



T3-Ej6.2. Comprueba si los razonamientos Raz1 y Raz2 son correctos.

P1: Si eres alegre y haces reír a tus amigos, aunque seas torpe, eres un tipo OK.

P2: Si es falso que seas alegre y que haces reír a tus amigos y que seas torpe, eres un tipo KO

P3: No eres torpe, pero eres alegre y haces reír a tus amigos

entonces **Q:** ¿qué clase de tipo eres, Ok o KO?

Raz1: P1, P2, P3 \Rightarrow Ok,

Raz2: P1, P2, P3 \Rightarrow KO

MC={ Al: eres alegre; Re: haces reír; To: eres torpe; OK: tipo OK; KO: tipo KO }

Solución

Fbf-P1:

Fbf-P2:

Fbf-P3:



T3-Ej6.2. Comprueba si los razonamientos Raz1 y Raz2 son correctos.

P1: Si eres alegre y haces reír a tus amigos, aunque seas torpe, eres un tipo OK.

P2: Si es falso que seas alegre y que haces reír a tus amigos y que seas torpe, eres un tipo KO

P3: No eres torpe, pero eres alegre y haces reír a tus amigos

entonces Q: ¿qué clase de tipo eres, Ok o KO?

Raz1: P1, P2, P3 \Rightarrow Ok,

Raz2: P1, P2, P3 \Rightarrow KO

MC={ Al: eres alegre; Re: haces reír; To: eres torpe; OK: tipo OK; KO: tipo KO }

Solución

Fbf-P1: $Al \wedge Re \wedge To \rightarrow OK$

Fbf-P2: $\neg(Al \wedge Re \wedge To) \rightarrow KO$

Fbf-P3: $Al \wedge Re \wedge \neg To$



Fbf-P1: $A1 \wedge Re \wedge To \rightarrow OK$	Fbf-P2: $\neg(A1 \wedge Re \wedge To) \rightarrow KO$	Fbf-P3: $A1 \wedge Re \wedge \neg To$	OK

Explica resultado



Fbf-P1: $Al \wedge Re \wedge To \rightarrow OK$	Fbf-P2: $\neg(Al \wedge Re \wedge To) \rightarrow KO$	Fbf-P3: $Al \wedge Re \wedge \neg To$	OK
V	V	V	F
$Al=V, Re=V, To=F$			
$v(Al \wedge Re \wedge To)=F,$ luego $v(P1)=V$	$v[\neg(Al \wedge Re \wedge To)]=V,$ si $KO=V,$ es $v(P2)=V$		

Explica resultado Interpretación contraejemplo $Int = \{Al=V, Re=V, To=F, OK=F, KO=V\}$

El razonamiento Raz1 admite esta interpretación con la que las premisas pueden ser V y la conclusión F por lo tanto Raz1 **NO es correcto**



2023-24 T3-Ej6.2. (cont) Raz2 P1, P2, P3 => KO

Fbf-P1: $Al \wedge Re \wedge To \rightarrow OK$	Fbf-P2: $\neg(Al \wedge Re \wedge To) \rightarrow KO$	Fbf-P3: $Al \wedge Re \wedge \neg To$	KO

Explica resultado



2023-24 T3-Ej6.2. (cont) Raz2 P1, P2, P3 => KO

Fbf-P1: $Al \wedge Re \wedge To \rightarrow OK$	Fbf-P2: $\neg(Al \wedge Re \wedge To) \rightarrow KO$	Fbf-P3: $Al \wedge Re \wedge \neg To$	KO
V	V	V	F
Al=V, Re=V, To=F			
$v(Al \wedge Re \wedge To)=F$, luego $v(P1)=V$	$KO=F$ $v[\neg(Al \wedge Re \wedge To)]=F$, $v(Al \wedge Re \wedge To)=V$, Al=V, Re=V, To=V	CONTRADICCIÓN N	

Explica resultado No existe interpretación contraejemplo puesto que aparece una contradicción en P2 y P3, exactamente en el valor de verdad de la variable To, luego Raz2 es correcto.



T3-Ej6.3. P1: Si eres alegre o haces reír a tus amigos, pero eres torpe, entonces

si estudias lógica eres tipo OK, pero si no, eres tipo medio-OK

P2: Si es falso que eres alegre o haces reír a tus amigos y torpe eres tipo KO”.

P3: Eres alegre, haces reír a tus amigos y eres torpe,

Q1: eres OK, Q2: eres KO

Solución



T3-Ej6.3. Sea $MC = \{ \text{ba: Plman baila, ca: Plman canta, en: enemigo acecha, ar: acecha arquero} \}$

Formaliza según MC y usando el método del contraejemplo interpreta el siguiente razonamiento para decidir si es correcto:

R: No sucede que Plman baile y cante. Si el enemigo le acecha, baila. Si le acecha un arquero, canta. Luego o no le acecha el enemigo o no le acecha el arquero.

Solución

Fbf-P1:

Fbf-P2:

Fbf-P3:

Fbf-Q:



T3-Ej6.3. Sea $MC = \{ \text{ba: Plman baila, ca: Plman canta, en: enemigo acecha, ar: acecha arquero} \}$

Formaliza según MC y usando el método del contraejemplo interpreta el siguiente razonamiento para decidir si es correcto:

R: No sucede que Plman baile y cante. Si el enemigo le acecha, baila. Si le acecha un arquero, canta. Luego o no le acecha el enemigo o no le acecha el arquero.

Solución

Fbf-P1: $\neg(\text{ba} \wedge \text{ca})$,

Fbf-P2: $\text{en} \rightarrow \text{ba}$,

Fbf-P3: $\text{ar} \rightarrow \text{ca}$

Fbf-Q: $\neg\text{en} \vee \neg\text{ar}$



T3-Ej6.3. Sea $MC = \{ ba: \text{Plman baila}, ca: \text{Plman canta}, en: \text{enemigo acecha}, ar: \text{acecha arquero} \}$

Formaliza según MC y usando el método del contraejemplo interpreta el siguiente razonamiento para decidir si es correcto:

R: No sucede que Plman baile y cante. Si el enemigo le acecha, baila. Si le acecha un arquero, canta. Luego o no le acecha el enemigo o no le acecha el arquero.

Solución

a) Si las premisas son verdaderas y la conclusión es falsa el razonamiento no es válido. Lo vemos.

Suponemos que existe la siguiente interpretación contraejemplo :

$Int = \{ \neg(ba \wedge ca) : V, en \rightarrow ba : V, ar \rightarrow ca : V, \neg en \vee \neg ar : F \}$

Comprobamos si es factible esta interpretación.

Si $\neg en \vee \neg ar : F \Rightarrow \neg en : F, \neg ar : F \Rightarrow en : V, ar : V$

Como $en \rightarrow ba : V$ y $en : V \Rightarrow ba : V$

Como $ar \rightarrow ca : V$ y $ar : V \Rightarrow ca : V$

Si $ba : V, ca : V \Rightarrow ba \wedge ca : V \Rightarrow \neg(ba \wedge ca) = F$ esto se contradice con la interpretación inicial, luego la interpretación contraejemplo propuesta no existe, por lo que el razonamiento es válido.



T3-Ej6.4. “Si no eres alegre pero haces reír a tus amigos ni eres torpe, entonces si estudias lógica eres tipo OK si no, eres tipo medio-OK si no, eres tipo KO”.

Si resulta que “No eres torpe, haces reír y estudias lógica”, entonces ¿qué clase de tipo eres?