T4 DEDUCCIÓN NATURAL

DIME … y
TE DIRÉ

*"tú me dices, yo te digo,
adelantas esto, te replico lo otro,
afinas tus argumentos y
yo afino los míos…
hasta concluir"*

Teorema del Loro
Denis Guedj"

DIME...

Para que vea la tele (T) es necesario que beba cerveza (C),

aunque es suficiente que no la vea para que me duerma (D).

Ni bebo cerveza ni me duermo. Está claro que ...

... Y TE DIRÉ

Soy feliz con dos cervezas (Fe)

*"Me gusta mucho tener ideas **contradictorias** porque así,*
si siempre estoy equivocado,
siempre tengo razón"

BASADO EN LA LÓGICA D HOMMER

¿ ENTIENDES ?

DIME...

Para que vea la tele (T) es necesario que beba cerveza (C), aunque es suficiente que no la vea para que me duerma (D). Ni bebo cerveza ni me duermo. Está claro que ...

Soy feliz con dos cervezas (Fe)

T -> C	¬T -> D	¬C ^ ¬D	=>	Fe	
V	V	V		F	?

"Me gusta mucho tener ***ideas contradictorias*** *porque así,*
si siempre estoy equivocado,
siempre ***tengo razón****"*

R : P1, P2,... Pn => Q

V V V F

F

NO correcto
correcto

No tiene contraejemplo

Un razonamiento con alguna o todas las

premisas falsas es correcto

R : P1, P2,... Pn => Q

F F V F

No existe contraejemplo

Todas las premisas **Pi: V, Q : F**

¿qué "decir" ?

…DEDUCCIÓN

Proceso de razonamiento

que permite

obtener nuevo conocimiento

a partir de otro conocido

En Lógica : DEDUCCIÓN NATURAL

Método del **cálculo lógico** que permite **inferir/ deducir/ obtener** **nuevas fbfs,**

a partir de otras conocidas,

aplicando

reglas de inferencia.

DEDUCCIÓN NATURAL: demostración con secuencia de fbfs

Fbf-1

Fbf-2

.

.

.

Fbf-n: conclusión/objetivo

Fbf premisas y fbfs deducidas de ellas hasta obtener fbf conclusión

La **conclusión** es la **consecuencia lógica** de las premisas

En una deducción todas las fbfs deben estar JUSTIFICADAS

Cada **fbf** en una **línea numerada**. Las fbfs pueden ser:

- **fbf premisa >>** se antecede con un guion
- **fbf deducida** >> se escribe a su derecha la **regla aplicada**, el nº de línea(s) de la fbf(s) utilizadas en la regla.
- **fbf supuesta** como cierta (no aparece en la deducción) >> se escribe a su derecha: **supuesto.** Esta fbf abre una subdeducción que concluye con otra fbf que cierra el supuesto.

Deducciones muy fáciles

MC = { lu: hoy es lunes; ma: hoy es martes }

P: Hoy es lunes

Q1: Hoy es lunes o martes

Fbf-P: lu

Fbf-Q1: lu v ma

Deducción natural

-1 lu

2 lu v ma   ID, 1

ID A => A v B

Deducciones muy fáciles

MC = { lu: hoy es lunes; ma: hoy es martes }

P: Hoy es lunes y martes	Fbf-P: lu ^ ma
Q: Hoy es martes	Fbf-Q: ma

Deducción natural

-1	lu ^ ma	
2	ma	EC, 1

EC A ^ B => B

Si las premisas del razonamiento **no** coinciden con la estructura de una **regla lógica**…

¿qué hacemos?

$$A \rightarrow (B \rightarrow C),\quad A \rightarrow \neg C \quad \Rightarrow \quad A \rightarrow \neg B$$

Obtención de conclusiones **aplicando varias reglas** de inferencia ➔

Cómo hacer una DEDUCCIÓN NATURAL

Observar la **estructura de las fbfs** premisas /conclusión

Determinar la mejor "forma" > **estrategia**, para hacer la demostración

DN- 1 $A \rightarrow (B \rightarrow C),\ \ A \rightarrow \neg C \quad \Rightarrow \quad A \rightarrow \neg B$

DN- 2 $A \vee B,\ \ A \rightarrow C,\ \ B \rightarrow D \quad \Rightarrow \quad C \vee D$

DN- 3 $A,\ \ B \rightarrow C,\ \ C \rightarrow D,\ \ \neg D \quad \Rightarrow \quad \neg B$

DN- 1 $A \to (B \to C),\ A \to \neg C \ \Rightarrow\ A \to \neg B$

Si la fbf que hay que obtener es **un condicional** $A \to B$ aplicamos

Estrategia: PRUEBA DIRECTA

Se basa en la regla

TD: (A => B) => A -> B

Se supone A

SE DEDUCE **B**

$A \to B$

DN con PRUEBA DIRECTA

DN- 1 $A \rightarrow (B \rightarrow C), \quad A \rightarrow \neg C \quad \Rightarrow \quad A \rightarrow \neg B$

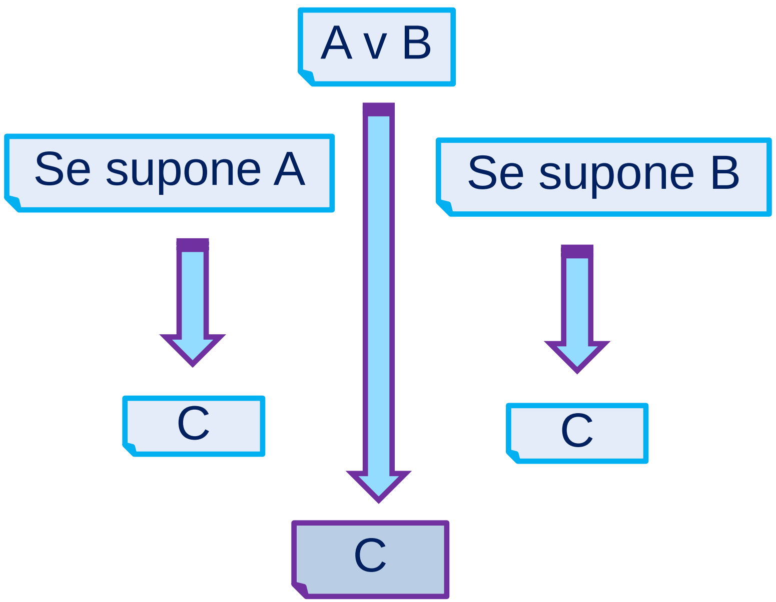
- 1 $A \rightarrow (B \rightarrow C)$
- 2 $A \rightarrow \neg C$

3	A	supuesto
4	$\neg C$	MP, 2,3
5	$B \rightarrow C$	MP, 1,3
6	$\neg B$	MT, 4,5, cierre supuesto
7	$A \rightarrow \neg B$	TD, 3-6

DN- 2 $A \vee B, \quad A \rightarrow C, \quad B \rightarrow D \quad \Rightarrow \quad C \vee D$

Si en las premisas **aparece una disyunción** aplicamos

Estrategia: PRUEBA por CASOS



Se basa en la regla **ED:**

$$A \vee B, (A \Rightarrow C), (B \Rightarrow C) \Rightarrow C$$

DN con PRUEBA / CASOS

DN- 2 $A \vee B,\quad A \to C,\quad B \to D \quad \Rightarrow \quad C \vee D$

- 1 $A \vee B$
- 2 $A \to C$
- 3 $B \to D$

4 A	supuesto	
5 C	MP, 2,4	
6 $C \vee D$	ID, 5	cierre supuesto
7 B	supuesto	
8 D	MP, 3,7	
9 $C \vee D$	ID, 8	cierre supuesto
10 $C \vee D$	ED, 1, 4-6, 7-9	

DN- 3

$A, \quad B \rightarrow C, \quad C \rightarrow D, \quad \neg D \quad \Rightarrow \quad \neg B$

Podemos suponer la negación de la fbf conclusión y llegar a una contradicción

Si al suponer A

SE DEDUCE $B \wedge \neg B$

$\neg A$

Estrategia: REDUCCIÓN al ABSURDO

- Se abre una subdeducción negando la fbf objetivo
- Si se deduce una **contradicción**.
- Se aplica la regla:

(IN) $(A \Rightarrow C \wedge \neg C) \Rightarrow \neg A$

DN con REDUCCIÓN al ABSURDO

DN- 3

$A, \quad B \rightarrow C, \quad C \rightarrow D, \quad \neg D \quad \Rightarrow \quad \neg B$

- 1 A
- 2 $B \rightarrow C$
- 3 $C \rightarrow D$
- 4 $\neg D$

5 B	supuesto
6 C	MP, 2,5
7 D	MP, 3,6
8 $D \wedge \neg D$	IC,4,7 cierre supuesto
9 $\neg B$	IN, 5-8

La “estrategia” de las 3 estrategias consiste en incluir suposiciones / subdeducciones en la deducción general para obtener nuevas fbfs q se añaden a la demostración

Un apunte de las subdeducciones

Los supuestos pueden **“anidarse”**

-1	**¬A v B**	**Deducir: B**
-2	**A**	
3	¬A	Supuesto-1
4	¬B	Supuesto-2
5	A ^ ¬A	IC 2, 4, cierre-supuesto-2
6	¬¬B	IN (Abs) 4-5
7	B	EN 6, cierre supuesto-2
8	B	Supuesto-3
9	¬B	Supuesto-4
10	B ^ ¬B	IC 8, 9, cierre supuesto-4
11	¬¬B	Abs 9-10
12	B	EN 11, cierre supuesto-3
13	B	Casos 1, 3-7, 8-12

Un apunte de las subdeducciones

La subdeducción deja de "existir" cuando se cierra el supuesto, sólo es **válida la fbf deducida**

- 1 vo v ve,	
- 2 vo → lle	
- 3 ve → es	
4 vo	
5 lle	MP,2,4
6 lle v es	ID,5
7 ve	
8 es	MP,4,7
9 es v lle	ID,8
10 ll v es	ED,1,4-6,7-9

- 1 ¬ca → p	
- 2 p → t ∧ sd ∧ ¬d	
- 3 ¬sd ∨ s	
- 4 ¬s	
5 ¬ca	supuesto
6 p	MP,1,5
7 t ∧ sd ∧ ¬d	MP,2,6
8 sd	EC, 7
9 s	SD,3,8
10 s ∧ ¬s	IC,4,9, cierra sup
11 ¬¬ca	IN,5-10
12 ca	EN 11

Un apunte de las subdeducciones

No se pueden "**suponer**" como ciertas las fbfs **premisas** o las **fbfs** que se hayan deducido previamente

-1 T -> C

-2 ¬T -> D

-3 ¬C ^ ¬D => Fe

4 ¬C **supuesto ERROR** (¬C es cierta pq se deduce de la fbf premisa 3 con la regla EC)