Matemáticas 1

Álgebra Lineal

T5Alg: Resolución de Sistemas de Ecuaciones Lineales

Métodos de resolución de SEL Gauss y Gauss-Jordan.
Sistemas homogéneos.

Ejercicios (algunos resueltos)

SEL 1

Indica cuál de las siguientes ecuaciones lineales son equivalentes a la ecuación

$$3x_1+2x_2 - x_3=4$$

a. $3x_1 + x_2 - x_3 = 4$

b. $6x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 8$

c. $4x_2 - 2x_3 = 8$

a. no

b. si

c. no

$$-x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 5$$

A. $-2x_1 - 4x_2 + 3x_3 = 4$

B. $-x_1 - x_2 + 4x_3 = 5/3$

C. C. $-3x_1 + 9x_2 - 12x_3 = -15$

D. D. $x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 5$

A. no

B. si

C. Si

D. no

SEL 2

Indica si la matriz A es escalonada o reducida. Si no es así consigue ambas

$$A \quad \begin{array}{ccccc} 0 & 2 & 3 & -4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & -5 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & -6 & 0 & 7 \end{array}$$

SEL 2 (cont)

Indica si la matriz A es escalonada o reducida. Si no es así consigue ambas

$$A \quad \begin{matrix} 0 & 2 & 3 & -4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & -5 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & -6 & 0 & 7 \end{matrix}$$

Solución

A no es escalonada ni reducida

$$A \quad \begin{matrix} 1 & 0 & -6 & 0 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & -5 & 0 & 4 \\ 0 & 2 & 3 & -4 & 1 \end{matrix} \qquad A' \quad \begin{matrix} 1 & 0 & -6 & 0 & 7 \\ 0 & 2 & 3 & -4 & 1 \\ 0 & 0 & -5 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 \end{matrix} \qquad A'' \quad \begin{matrix} 1 & 0 & -6 & 0 & 7 \\ 0 & 1 & 3/2 & -2 & 1/2 \\ 0 & 0 & -5 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 \end{matrix}$$

SEL 2 (cont)

$$A''' \quad \begin{array}{ccccc} 1 & 0 & -6 & 0 & 7 \\ 0 & 1 & 3/2 & -2 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -4/5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

A''' es una matriz escalonada de A

$$A^{IV} \quad \begin{array}{ccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

A^{IV} es la matriz escalonada reducida de A

SEL 3

Calcula el valor que debe tomar el coeficiente **-a-** en cada sistema para que sean compatibles. Realiza el estudio en una de las matrices escalonadas asociadas a la matriz ampliada de cada sistema.

a) $\begin{aligned} 2x + 3y &= 4 \\ 4x + ay &= 8 \end{aligned}$

b) $\begin{aligned} 2x + 3y &= 4 \\ 4x + 6y &= a \end{aligned}$

c) $\begin{aligned} x + ay &= 4 \\ -x + 3y + 3z &= -a \\ y + z &= 0 \end{aligned}$

Solución

SEL 3

Calcula el valor que debe tomar el coeficiente **-a-** en cada sistema para que sean compatibles. Realiza el estudio en una de las matrices escalonadas asociadas a la matriz ampliada de cada sistema.

a)
$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 4 \\ 4x + ay &= 8 \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 4 \\ 4x + 6y &= a \end{aligned}$$

c)
$$\begin{aligned} x + ay \phantom{{}+3z} &= 4 \\ -x + 3y + 3z &= -a \\ y + z &= 0 \end{aligned}$$

Solución

a) Para $a = 6$ indeterminado y para $a \neq 6$ determinado con solución (2,0).

b) Para $a = 8$ indeterminado y para $a \neq 8$ incompatible.

SEL 4

Dada la matriz ampliada correspondiente a un SEL de 3 ecuaciones lineales:

1	4	1	18
-5	-4	2	11
2	3	4	17

Indica 2 operaciones elementales de fila para obtener una matriz equivalente con ceros en la fila 2 y 3 de la primera columna.

OPE1 fila:
OPE2 fila:

- $F_i = nF_i$ (escalado de fila)
- $F_i = F_j$ (intercambio de filas)
- $F_i = F_i + nF_j$ (suma más escalado de fila)

SEL 4

Dada la matriz ampliada correspondiente a un SEL de 3 ecuaciones lineales:

1	4	1	18
-5	-4	2	11
2	3	4	17

Indica 2 operaciones elementales de fila para obtener una matriz equivalente con ceros en la fila 2 y 3 de la primera columna.

OPE1 fila: F2=F2+5F1
OPE2 fila: F3=F3+(-2)F1

- $F_i=nF_i$ (escalado de fila)
- $F_i=F_j$ (intercambio de filas)
- $F_i=F_i+nF_j$ (suma más escalado de fila)

SEL 5

Dadas las matrices ampliadas correspondiente a SEL. Indica el nº de soluciones de cada SEL

a) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 14 \\ 0 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}$ Tiene ______ soluciones.

b) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ Tiene ______ soluciones.

c) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ Tiene ______ soluciones.

d) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ Tiene ______ soluciones.

SEL 5

Dadas las matrices ampliadas correspondiente a SEL. Indica el nº de soluciones de cada SEL

a) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 14 \\ 0 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}$ Tiene 1 soluciones.

b) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ Tiene 0 soluciones.

c) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ Tiene 1 soluciones.

d) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ Tiene naf soluciones.

SEL 6

Consigue las matrices A´y A´´ aplicando las operaciones elementales propuestas a la matriz A, después sigue escalonando hasta conseguir la reducida de A (rref(A)).

F_1 <-> F_3

$F_2 \leftarrow F_2 + (-1)F_1$

Solución

A

0	3	-6	6	4	-5
3	-7	8	-5	8	9
3	-9	12	-9	6	15

SEL 6 (cont)

Consigue las matrices A´y A´´ aplicando las operaciones elementales propuestas a la matriz A, después sigue escalonando hasta conseguir la reducida de A (rref(A)).

F_1 <-> F_3

$F_2 \leftarrow F_2 + (-1)F_1$

A	0	3	-6	6	4	-5
	3	-7	8	-5	8	9
	3	-9	12	-9	6	15

Solución

A´	3	-9	12	-9	6	15
	3	-7	8	-5	8	9
	0	3	-6	6	4	-5

F_1 <-> F_3

A´	3	-9	12	-9	6	15
	0	2	-4	4	2	-6
	0	3	-6	6	4	-5

$F_2 \leftarrow F_2 + (-1)F_1$

rref(A)	1	0	-2	3	0	-24
	0	1	-2	2	0	-7
	0	0	0	0	1	4

SEL 7

Para el SEL dado escribe su matriz ampliada [A|b], una escalonada [C|d] y el sistema triangular asociado a [C|d], estudia su consistencia y, si es el caso, calcula la solución aplicando Gauss

$$\begin{aligned} x_2 - 4x_3 &= 8 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 &= 1 \\ 5x_1 - 8x_2 + 7x_3 &= 1 \end{aligned}$$

Solución

SEL 7

Para el SEL dado escribe su matriz ampliada [A|b], una escalonada [C|d] y el sistema triangular asociado a [C|d], estudia su consistencia y, si es el caso, calcula la solución aplicando Gauss

$$\begin{aligned} x_2 - 4x_3 &= 8 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 &= 1 \\ 5x_1 - 8x_2 + 7x_3 &= 1 \end{aligned}$$

Solución

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & -4 & 8 \\ 2 & -3 & 2 & 1 \\ 5 & -8 & 7 & 1 \end{bmatrix}$$

M. ampliada [A/b]

$$\begin{bmatrix} 1 & -3/2 & 1 & 1/2 \\ 0 & 1 & -4 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

M. escalonada [C/d]

$$\begin{aligned} x_1 - 3/2x_2 + x_3 &= 1/2 \\ x_2 - 4x_3 &= 8 \\ x_3 &= 0 \end{aligned}$$

Sistema triangular Cx = d

Consistencia: como de la última fila se obtiene la ecuación 0 = 1, que es irresoluble, el sistema es **incompatible.**

SEL 8

Para el SEL dado escribe su matriz ampliada [A|b], la reducida [C|d] y el sistema triangular asociado a [C|d], estudia su consistencia y, si es el caso, calcula la solución aplicando Gauss-Jordan

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + 3x_3 &= 9 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 &= 8 \\ 3x_1 \qquad\quad - x_3 &= 3 \end{aligned}$$

Solución

SEL 8

Para el SEL dado escribe su matriz ampliada [A|b], la reducida [C|d] y el sistema triangular asociado a [C|d], estudia su consistencia y, si es el caso, calcula la solución aplicando Gauss-Jordan

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + 3x_3 &= 9 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 &= 8 \\ 3x_1 \qquad - x_3 &= 3 \end{aligned}$$

Solución

$$\left[\begin{array}{ccc|c} \mathbf{1} & 2 & 3 & 9 \\ 2 & \mathbf{-1} & 1 & 8 \\ 3 & 0 & \mathbf{-1} & 3 \end{array}\right] \qquad \left[\begin{array}{ccc|c} \mathbf{1} & 0 & 0 & 2 \\ 0 & \mathbf{1} & 0 & -1 \\ 0 & 0 & \mathbf{1} & 3 \end{array}\right]$$

M. ampliada [A|b]   M. reducida [C|d]

Consistencia:
Como nº 1 principales (3) es igual al nº incógnitas (3) el SEL es compatible determinado.

SEL asociado a la matriz [C/d]

$x_1 = 2$

$x_2 = -1$

$x_3 = 3$

Solución $x = (x_1, x_2\ \ x_3) = (2, -1, 3)$

SEL 9

Estudia la consistencia del SEL representado por la matriz escalonada [C/d] y, si es el caso, consigue su solución indicando el método que aplicas.

$$[C|d] = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & 1 & -1 & -2 & 3 \\ 0 & \mathbf{1} & -3 & -5 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Solución

SEL 9

Estudia la consistencia del SEL representado por la matriz escalonada [C/d] y, si es el caso, consigue su solución indicando el método que aplicas.

$$[C|d] = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & 1 & -1 & -2 & 3 \\ 0 & \mathbf{1} & -3 & -5 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Solución

Consistencia: como el nº 1 principales (2) es $<$ nº incógnitas (4) el SEL es compatible indeterminado

Para calcular la solución se aplica Gauss

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 - x_3 - 2x_4 &= 3 \\ x_2 - 3x_3 - 5x_4 &= 4 \end{aligned}$$

Las variables que no tienen 1 principal se consideran parámetros: $\mathbf{x_3}$, $\mathbf{x_4}$

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 - x_3 - 2x_4 &= 3 \\ x_2 - 3x_3 - 5x_4 &= 4 \\ x_3 &= \alpha \\ x_4 &= \beta \end{aligned}$$

Solución de Cx = d Forma vectorial

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 - 2\alpha - 3\beta \\ 4 + 3\alpha + 5\beta \\ \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \alpha \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \beta \begin{bmatrix} -3 \\ 5 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

SEL 10

La matriz [C I d] es

$$[C|d] = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & 1 & -1 & -2 & 3 \\ 0 & \mathbf{1} & -3 & -5 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

a) Escalonada con 2 unos principales
b) Escalonada reducida con 2 unos principales
c) Ni escalonada ni reducida ya que tiene una fila de ceros

La matriz [C I d] se corresponde con la matriz ampliada de un SEL que es:

a) Compatible determinado
b) Compatible Indeterminado
c) Incompatible ya que tiene una fila de ceros.

Solución

a)

b)

SEL 11

Escribe una matriz escalonada, el sistema triangular equivalente y, si es el caso, calcula la solución aplicando Gauss

$$\begin{bmatrix} 0 & 2 & 3 & -4 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & -5 & 2 \end{bmatrix}$$

Solución

SEL 11

Escribe una matriz escalonada, el sistema triangular equivalente y, si es el caso, calcula la solución aplicando Gauss

$$\begin{bmatrix} 0 & 2 & 3 & -4 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & -5 & 2 \end{bmatrix}$$

Solución

a) $\begin{bmatrix} 2 & 2 & -5 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 3 & -4 \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{-5/2} & \mathbf{1} \\ 0 & 2 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 3 & .4 \end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{-5/2} & \mathbf{1} \\ 0 & 2 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{-5/2} & \mathbf{1} \\ 0 & 1 & 3/2 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 3/2 \end{bmatrix}$

Matriz escalonada]C|d]

Consistencia: nº 1 principales (3) es = nº incógnitas (3) , SEL compatible determinado.

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 - 5/2x_3 &= 1 \\ x_2 + 3/2x_3 &= -2 \\ x_3 &= 3/2 \end{aligned}$$

Vector solución $x = (x_1, x_2, x_3) = (3/2, -17/4, 3/2)$

SEL 12

Escribe una matriz escalonada, el sistema triangular equivalente y, si es el caso, calcula la solución aplicando Gauss

$$\begin{aligned} x_2 - 4x_3 &= 8 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 &= 1 \\ 5x_1 - 8x_2 + 7x_3 &= 1 \end{aligned}$$

Solución

Escribe una matriz escalonada, el sistema triangular equivalente y, si es el caso, calcula la solución aplicando Gauss

$$x_2 - 4x_3 = 8$$
$$2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 1$$
$$5x_1 - 8x_2 + 7x_3 = 1$$

Solución

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & -4 & 8 \\ 2 & -3 & 2 & 1 \\ 5 & -8 & 7 & 1 \end{bmatrix}$$

M. ampliada [A/b]

$$\begin{bmatrix} 1 & -3/2 & 1 & 1/2 \\ 0 & 1 & -4 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Para aplicar Gauss obtenemos la matriz escalonada [C/d]

$$x_1 - 3/2x_2 + x_3 = 1/2$$
$$x_2 - 4x_3 = 8$$
$$\mathbf{0 = 1}$$

Sistema triangular $Cx = d$

Consistencia: en la última fila se obtiene 0 = 1, que es irresoluble, el SL es **incompatible.**

SEL 13

Estudia la consistencia del SEL representado por la siguiente matriz ampliada [C/d] y, si es el caso, escribe su solución, indicando el método que aplicas.

$$[C|d] = \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$$

Solución

SEL 13

Estudia la consistencia del SEL representado por la siguiente matriz ampliada [C/d] y, si es el caso, escribe su solución, indicando el método que aplicas.

$$[C|d] = \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$$

Solución

Consistencia: nº 1 principales (2) es < nº incógnitas (4) el SL es compatible indeterminado.

Como la matriz [C/d] es una matriz reducida con Gauss-Jordan se obtiene la solución.

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2+\alpha-\beta \\ \alpha \\ 1+\beta \\ \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \alpha \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \beta \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \alpha, \beta \in \mathbb{R}.$$

SEL 14

Resuelve el sistema homogéneo aplicando el método Gauss-Jordan

$$\begin{aligned} x_1 - 2x_2 - x_3 &= 0 \\ 3x_1 - 3x_2 + 2x_3 &= 0 \\ -x_1 - 11x_2 + 6x_3 &= 0 \end{aligned}$$

Solución

SEL 14

Resuelve el sistema homogéneo aplicando el método Gauss-Jordan

$$\begin{aligned} x_1 - 2x_2 - x_3 &= 0 \\ 3x_1 - 3x_2 + 2x_3 &= 0 \\ -x_1 - 11x_2 + 6x_3 &= 0 \end{aligned}$$

Solución

matriz reducida [C/d] $\left[\begin{array}{ccccc} 1 & 0 & -1/9 & / & 0 \\ 0 & 1 & -5/9 & / & 0 \\ 0 & 0 & 0 & / & 0 \end{array}\right]$

Consistencia: al tener una fila de ceros el SL tiene infinitas soluciones

Parámetro variable x_3

Vector solución $x = (1/9x_3, 5/9x_3, x_3)$

SEL 15

Un fabricante utiliza 4 ingredientes E, F, G y H en la elaboración de un cierto producto alimenticio. Sean x, y, z, y t las cantidades respectivas de E, F, G y H que componen cada producto. Una unidad de cada uno de los ingredientes proporciona vitaminas A, B, C y un número de kilocalorías en las cantidades que se reflejan en la tabla siguiente

	E	F	G	H
Vitamina A	1	1	1	2
Vitamina B	1	2	1	3
Vitamina C	1	3	2	1
kilocalorías	2	2	1	1

Si designamos respectivamente por -u, v, r y w- los miligramos de vitamina A, B, C y -x, y, z, t- las kilocalorías que tendrá el producto elaborado por los 4 ingredientes. Se pide:

a) Expresa matricialmente la relación entre las cantidades de x, y, z, t y u, v, r, w.

b) Justifica si dados unos valores fijos de u, v, r y w es posible encontrar de forma única valores de x, y, z y t que proporcionen esos miligramos de vitaminas y esas kilocalorías.

c) Calcula qué cantidad de cada ingrediente es necesaria para que la composición del producto conste de 300 mg. de vitamina A, 430 mg. de B, 320 mg. de C y 250 kilocalorías.

SEL 15
cont

a) Expresión matricial de la relación entre las cantidades de x, y, z, t y u, v, r, w.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ r \\ w \end{bmatrix}$$

b) El sistema es compatible determinado

c)

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 300 \\ 430 \\ 310 \\ 250 \end{bmatrix}$$

Solución x = 20, y = 30, z = 50, t = 100

SEL 17

Encuentra las condiciones sobre a, b y c para que el sistema sea inconsistente

$$
\begin{aligned}
5x_1 + 10x_2 - 20x_3 &= a \\
-6x_1 - 11x_2 - 20x_3 &= b \\
2x_1 + 4x_2 + 8x_3 &= c
\end{aligned}
$$

SEL 18

Encuentra los valores de k para los que el sistema homogéneo tiene soluciones no triviales

$$
\begin{aligned}
2x_1 - 3x_2 + 5x_3 &= 0 \\
-x_1 + 7x_2 - x_3 &= 0 \\
4x_1 - 11x_2 + kx_3 &= 0
\end{aligned}
$$

SEL 19

Estudia la consistencia del sistema y cuando sea el caso encuentra la solución

$$\begin{aligned} 2x - y - Kz &= 0 \\ x - y - 2z &= 1 \\ -x + 2z &= K \end{aligned}$$

Ejercicios del libro

Álgebra Lineal – 7ªEd- Stanley I. Grossman

Resolved los siguientes SH aplicando Gauss-Jordan

1. $$\begin{aligned} x_1 - 5x_2 &= 0 \\ -x_1 + 5x_2 &= 0 \end{aligned}$$

2. $$\begin{aligned} 2x_1 - x_2 &= 0 \\ 3x_1 + 4x_2 &= 0 \end{aligned}$$

3. $$\begin{aligned} 3x_1 - 5x_2 &= 0 \\ 5x_1 + 4x_2 &= 0 \\ 2x_1 + 5x_2 &= 0 \end{aligned}$$

4. $$\begin{aligned} x_1 - 3x_2 &= 0 \\ -2x_1 + 6x_2 &= 0 \end{aligned}$$

5. $$\begin{aligned} x_1 + x_2 - x_3 &= 0 \\ 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 &= 0 \\ 3x_1 + 7x_2 - x_3 &= 0 \end{aligned}$$

6. $$\begin{aligned} x_1 + x_2 - x_3 &= 0 \\ 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 &= 0 \\ -x_1 - 7x_2 - 6x_3 &= 0 \end{aligned}$$

7. $$\begin{aligned} 3x_1 - 5x_2 + 4x_3 &= 0 \\ 5x_1 + 4x_3 &= 0 \\ 2x_1 + 5x_2 - 2x_3 &= 0 \end{aligned}$$

8. $$\begin{aligned} 2x_1 + 3x_2 - x_3 &= 0 \\ 6x_1 - 5x_2 + 7x_3 &= 0 \end{aligned}$$

9. $$\begin{aligned} x_1 - 3x_2 + 2x_3 &= 0 \\ 3x_1 + 6x_2 - 3x_3 &= 0 \end{aligned}$$

10. $$\begin{aligned} 4x_1 - x_2 &= 0 \\ 7x_1 + 3x_2 &= 0 \\ -8x_1 + 6x_2 &= 0 \end{aligned}$$

11. $$\begin{aligned} 2x_1 - 3x_2 - 4x_3 + 5x_4 &= 0 \\ 7x_2 + 3x_4 &= 0 \end{aligned}$$

12. $$\begin{aligned} 2x_1 - 5x_2 - 6x_3 - 3x_4 &= 0 \\ x_1 + 3x_2 - 5x_3 + 4x_4 &= 0 \end{aligned}$$

Resolved los siguientes SH aplicando Gauss-Jordan

22. Considere el sistema

$$\begin{aligned} 2x_1 - \ \ 3x_2 + 5x_3 &= 0 \\ -x_1 + \ \ 7x_2 - \ \ x_3 &= 0 \\ 4x_1 - 11x_2 + kx_3 &= 0 \end{aligned}$$

¿Para qué valor de k tendrá soluciones no triviales?

***23.** Considere el sistema homogéneo de 3×3

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 &= 0 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 &= 0 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 &= 0 \end{aligned}$$

Encuentre condiciones sobre los coeficientes a_{ij} tales que la solución trivial sea la única solución.

Ejercicios del libro

Álgebra Lineal – 7ªEd- Stanley I. Grossman

Resolved los siguientes SH aplicando Gauss-Jordan

24. Para el siguiente sistema de ecuaciones lineales determine para qué valores de K el sistema tiene solución única; justifique su solución.

$$\begin{aligned} Kx + y + z &= 1 \\ x + Ky + z &= 1 \\ x + y + Kz &= 1 \end{aligned}$$

25. En el siguiente sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{aligned} 2x - y - Kz &= 0 \\ x - y - 2z &= 1 \\ -x + 2z &= K \end{aligned}$$

determine para qué valores de K el sistema:

a) No tiene solución.
b) Tiene un número infinito de soluciones.
c) Tiene solución única.

Libros

"Álgebra Lineal y sus aplicaciones" David C. Lay. Addison Wesley

"Álgebra Lineal " S. Grossman, J.J. Flores, 7ªEd. McGraw-Hill