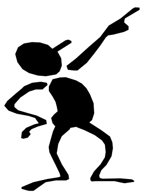
Un ingeniero es alguien que resuelve problemas que afectan a la actividad cotidiana de la sociedad.



búsqueda en Google,

formato JPEG,

un CD de música,

lenguajes de programación…

etc

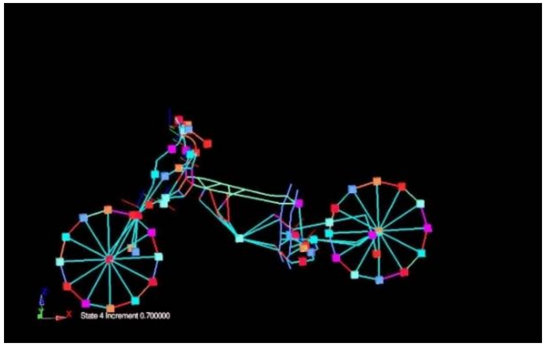
WELCOME :

ÁLGEBRA LINEAL

ÁLGEBRA LINEAL

Rama de las matemáticas q tiene como objetivo resolver problemas mediante **sistemas de ecuaciones lineales** usando **vectores y matrices.**

Junto con el estudio d **espacios vectoriales** y **vectores invariantes** se sitúa en "primera línea" en muchos ámbitos : robótica, IA,…



El AL introduce el pensamiento abstracto gracias a que permite visualizar todos los conceptos con una **interpretación geométrica**.

Recorrido bloque AL…

Representación computacional /matricial de problemas mediante **sistemas de ecuaciones lineales** (SEL)

Obtención de SEL **equivalentes escalonados** para resolverlos con **menor coste** computacional

Matriz del SEL más dispersa (más ceros)

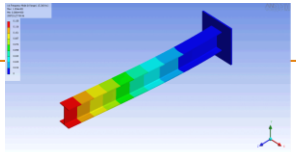
SEL con **naf** soluciones > comprobar si forman **Espacio vectorial** (EV)

dispositivos digitales usan algoritmos basados en EV para detectar/corregir errores al transmitir datos.

Vectores "invariantes" **Autovectores** d la matriz

resultado "estrella"

Vectores que conservan la dirección al transformar la imagen



Problema ... ayudar a una hechicera

La alacena de ingredientes mágicos de una hechicera contiene **13** onzas de tréboles y la misma cantidad de hojas de mandrágora.

La alacena se repone siempre y cuando la hechicera termina todo lo que tiene.

Una poción de amor requiere **4** onzas de tréboles y **2** hojas de mandrágora.

Una receta para curar el resfriado requiere **7** onzas de tréboles y **10** hojas de mandrágora.

Calcular la cantidad de poción de amor y del remedio para el resfriado que debe combinar la hechicera para usar toda la reserva de su alacena.

Problema … ayudar a una hechicera

1º Formalizar el problema con lenguaje algebraico.

Incógnitas / variables : valores que debemos calcular del problema

x_1: cantidad d poción de amor;

x_2 : cantidad para receta resfriado.

Problema ... ayudar a una hechicera

1° Formalizar el problema con lenguaje algebraico.

Para formalizar los **datos del problema** usaremos

$\boxed{\textbf{Ecuaciones lineales}: a_1x_1 + a_2x_2 + a_2x_2 \ldots + a_nx_n = b}$

Igualdad que involucra solamente
sumas y restas de variables d**1ª potencia**.

$$\left.\begin{array}{l} \mathbf{a_i} : \text{coeficientes} \\ \mathbf{x_i} : \text{variables} \\ \mathbf{b} : \text{término independiente} \end{array}\right] \in \mathbf{R}$$

$(\, i = 1 \ldots n)$

Ej1-T5

Decide si las ecuaciones son lineales

	Ecuación Lineal	**Ecuación NO lineal**
a) $2x - y/3 = 1$		
b) $3xy = 1$		
c) $2x - 5 = 0.5x$		
d) $3 = 2x^2$		
e) $2x + 3$		

Ej1-T5

Decide si las ecuaciones son lineales

	Ecuación Lineal	Ecuación NO lineal
a) $2x - y/3 = 1$	ok	
b) $3xy = 1$		ok
c) $2x -5 = 0.5x$	ok	
d) $3 = 2x^2$		ok
e) $2x + 3$	NO	NO

Problema … ayudar a una hechicera

1º Formalizar el problema con lenguaje algebraico.

alacena: **13** onzas tréboles y **13** hojas mandrágora.

poción de amor: **4** onzas de tréboles y **2** hojas de mandrágora.

receta resfriado: **7** onzas de tréboles y **10** hojas de mandrágora.

Ecuaciones

$$\begin{aligned} 4x_1 + 7x_2 &= 13 \\ 2x_1 + 10x_2 &= 13 \end{aligned}$$

x_1 : poción de amor
x_2 : receta resfriado.

Problema ... ayudar a una hechicera

1º Formalizar el problema con lenguaje algebraico.

Construir el **sistema de ecuaciones lineales** (SEL) asociado al problema

SEL del problema	$4x_1 + 7x_2 = 13$ $2x_1 + 10x_2 = 13$	2 ecuaciones 2 incógnitas (x_1 x_2)

En general, ¿ Cómo se construyen un sistema de ecuaciones lineales (SEL)

Con

m ecuaciones con

n incógnitas

$$\left.\begin{array}{c} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \ldots \ \ldots \ \ldots \ \ldots \ \ldots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{n3}x_3 + \ldots + a_{mn}x_n = b_m \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l} a_{ij} \ : \text{coeficientes} \\ x_i \ : \text{variables} \\ b_j \ : \text{término independiente} \\ \quad 1 \le i \le m, \quad 1 \le j \le n \end{array}\right\} \in \mathbf{R}$$

2º Representación computacional de un SEL

Estructuras:

Vectores

Matrices

VECTORES >> en matemáticas son matrices ....

Vector fila > matriz (1x n)

$$x = [\ x_1\ x_2\ x_3\ \dots\ x_n\ ]$$

Vector columna > matriz (nx1)

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix} = (\ x_1,\ x_2,\ \dots x_n\ )$$

OJO: $\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \dots \\ u_n \end{pmatrix} \neq [\ u_1\ \ u_2 \dots u_n\ ]$

MATRIZ >>

arreglo bidireccional de números dispuestos en m filas y n columnas

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

- **$A \in R^{mxn}$**
- Tamaño, orden >> **m x n**
- Elementos $A = [\, a_{ij} \,]$

  i fila, j columna

2º Representación computacional: Ecuación matricial

$$\left.\begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \quad \ldots \ \ldots \ \ldots \ \ldots \ \ldots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{n3}x_3 + \ldots + a_{mn}x_n = b_m \end{array}\right\} \quad \mathbf{Ax = b}$$

Ecuación matricial > producto matriz /vector

Matriz de COEFICIENTES	$A = [\, a_{ij} \,]$	(m x n)
Vector de incógnitas/SOLUCIÓN :	$x = [\, x_j \,]$	(n x 1)
Vector términos INDEPENDIENTES :	$b = [\, b_i \,]$	(m x 1)
Matriz AMPLIADA :	$[\, A \mid b \,]$	**(m x n + 1)**

Problema … ayudar a una hechicera

$$\begin{aligned} 4x_1 + \ \ 7x_2 &= 13 \\ 2x_1 + 10x_2 &= 13 \end{aligned}$$

2º Representación computacional: Ecuación matricial

Ax = b del problema

$$\begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 2 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13 \\ 13 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A} \qquad \mathbf{x} \qquad = \qquad \mathbf{b}$$

Matriz ampliada del SEL

$$[A|b] \quad \begin{bmatrix} 4 & 7 & 13 \\ 2 & 10 & 13 \end{bmatrix}$$

Otra representación, usando vectores

Ecuación vectorial

EL vector **b** se escribe como **combinación lineal** de las columnas de A

$A = [\, a_{ij} \,]$ (m x n)

$x = [\, x_j \,]$ (n x 1)

$b = [\, b_i \,]$ (m x 1)

$$\underbrace{x_1 \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \vdots \\ a_{m1} \end{bmatrix} + x_2 \begin{bmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \vdots \\ a_{m2} \end{bmatrix} \cdots + x_n \begin{bmatrix} a_{1n} \\ a_{2n} \\ \vdots \\ a_{mn} \end{bmatrix}}_{\text{Columnas de A}} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$$

Problema ... ayudar a una hechicera

$$\begin{aligned} 4x_1 + \ \ 7x_2 &= 13 \\ 2x_1 + 10x_2 &= 13 \end{aligned}$$

2º Representación computacional: Ecuación vectorial

$$x_1 \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix} + x_2 \begin{bmatrix} 7 \\ 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13 \\ 13 \end{bmatrix}$$

b es combinación lineal de las columnas de A

3º Pasamos a resolver el problema ¿Cómo…

Los problemas que implementes con SEL tendrán muuuuchos datos.

Almacenar la matriz ampliada del SEL en una computadora para su resolución será costoso en cantidad de memoria y en tiempo de proceso.

! Hay que "dispersar" la matriz!

Obtener una matriz en la q la mayor parte de sus elementos sean **cero** y que sea equivalente a la matriz ampliada original

El SEL que se obtiene de esa matriz tiene la **misma solución** q el SEL original y su resolución es menos costosa

Obtención de matrices equivalentes

Para obtener **matrices equivalentes** a una matriz se aplican las siguientes operaciones a las filas de la matriz (tb columnas)

Operaciones Elementales (OE) / filas

OE/F1:	Intercambiar filas:	$F_{ij} \leftrightarrow F_{ji}$
OE/F2:	Escalar fila con $\alpha \neq 0$	$F_i \leftarrow \alpha F_i$
OE/F3:	Reemplazar filas	$F_i \leftarrow F_i + \alpha F_j = F_{ij}(\alpha)$.

Obtención de matrices equivalentes

Ej3-T5

Aplicamos la operación: $F_2 \leftarrow F_2 + 2F_1$ a A. Renombramos matriz: A'

A =

1	-3	4	2
-2	6	1	5
1	-2	1	0

$F_2 \leftarrow F_2 + 2F_1$

A' =

OE/F1: Intercambio de filas: $F_{ij} \leftrightarrow F_{ji}$
OE/F2: Escalar fila con $\alpha \neq 0$ $F_i \leftarrow \alpha F_i$
OE/F3: Reemplazar filas $F_i \leftarrow F_i + \alpha F_j = F_{ij}(\alpha)$.

Obtención de matrices equivalentes

Ej3-T5

Aplicamos la operación: $F_2 \leftarrow F_2 + 2F_1$ a A. Renombramos matriz: A'

A =

1	-3	4	2
-2	6	1	5
1	-2	1	0

$F_2 \leftarrow F_2 + 2F_1$

A' =

1	-3	4	2
0	0	9	9
1	-2	1	0

OE/F1: Intercambio de filas: $F_{ij} \leftrightarrow F_{ji}$
OE/F2: Escalar fila con $\alpha \neq 0$ $F_i \leftarrow \alpha F_i$
OE/F3: Reemplazar filas $F_i \leftarrow F_i + \alpha F_j = F_{ij}(\alpha)$.

Obtención de matrices equivalentes

Ej3-T5

Aplicamos la operación: $F_3 \leftarrow F_3 + (-1)F_1$ a A'. Renombra matriz: A''

A' =

1	-3	4	2
0	0	9	9
1	-2	1	0

$F_3 \leftarrow F_3 + (-1)F_1$

A'' =

OE/F1: Intercambio de filas: $F_{ij} \leftrightarrow F_{ji}$
OE/F2: Escalar fila con $\alpha \neq 0$ $F_i \leftarrow \alpha F_i$
OE/F3: Reemplazar filas $F_i \leftarrow F_i + \alpha F_j = F_{ij}(\alpha)$.

Obtención de matrices equivalentes

Ej3-T5

Aplicamos la operación: $F_3 \leftarrow F_3 + (-1)F_1$ a A'. Renombra matriz: A''

A' =

1	-3	4	2
0	0	9	9
1	-2	1	0

A'' equivalente a A'

$F_3 \leftarrow F_3 + (-1)F_1$

A'' =

1	-3	4	2
0	0	9	9
0	1	-3	-2

OE/F1: Intercambio de filas: $F_{ij} \leftrightarrow F_{ji}$
OE/F2: Escalar fila con $\alpha \neq 0$ $F_i \leftarrow \alpha F_i$
OE/F3: Reemplazar filas $F_i \leftarrow F_i + \alpha F_j = F_{ij}(\alpha)$.

Las matrices que se van obteniendo son más dispersas que las precedentes

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 & 2 \\ -2 & 6 & 1 & 5 \\ 1 & -2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad A' = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 9 & 9 \\ 1 & -2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad A'' = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 9 & 9 \\ 0 & 1 & -3 & -2 \end{pmatrix}$$

Todas son equivalentes.

Veamos qué **tipo de matrices** nos interesa obtener para resolver SEL

Métodos directos para resolver SEL, $Ax = b$

- GAUSS > tipo de matriz [A|b] : ESCALONADA

- GAUSS-JORDAN > tipo de matriz [A|b]: ESCALONADA REDUCIDA

- Vamos a obtener las **matrices escalonadas** y luego aplicamos el método de resolución apropiado para cada tipo de matriz escalonada conseguida

Matriz ESCALONADA

	*	*	*
0		*	*
0	0	0	
0	0	0	0

> no es única

Las entradas principales pueden tener cualquier valor (real) distinto de cero, en nuestro caso será el valor 1 (uno principal)

Debajo de los 1 principales, las entradas con valor cero.

Las entradas * pueden tener cualquier valor (real)

Las filas de ceros se pondrán en la parte inferior

Matriz ESCALONADA REDUCIDA

Matriz escalonada donde las columnas con 1 principal tienen **ceros** en las demás posiciones.

1	*	-	*
0	1	-	*
0	0	0	1
0	0	0	0

Las entradas * son cero

> **es única**

Ej4-T5

Matrices escalonadas / reducidas ?

$$\begin{bmatrix} 1 & -3 & 9 & 0 \\ 0 & 1 & 8 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 8 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Problema ... ayudar a una hechicera

$$\begin{aligned} 4x_1 + 7x_2 &= 13 \\ 2x_1 + 10x_2 &= 13 \end{aligned}$$

Obtener [A|b] escalonada

[A|b]

4	7	13
2	10	13

$F_1 \leftarrow 1/4F_1$

[A|b]'

1	7/4	13/4
2	10	13

$F_2 \leftarrow F_2 + (-2)F_1$

[A|b]''

1	7/4	13/4
0	13/2	13/2

$F_2 \leftarrow (2/13)\, F_2$

[A|b]'''

1	7/4	13/4
0	1	1

- Obtenida la matriz escalonada de $[A|b]$ se estudia si el SEL asociado es un sistema consistente, tiene solución, o no lo es.

  - Si el SEL es consistente se aplica el método de resolución.

Consistencia de SEL en matrices escalonadas

$$Ax = b \iff Cx = d \qquad (1)$$

[C|d] escalonada de [A | b]

(1) es consistente si

[C|d] no tiene filas [0,0,…0 | b], $b \neq 0$ y

nº 1 principales = nº incógnitas > una solución > compatible determinado

nº 1 principales < nº incógnitas > infinitas soluciones > compatible indeterminado

(1) es inconsistente / incompatible si

[C|d] tiene fila → [0, 0,… 0 | b], $b \neq 0$

Problema ... ayudar a una hechicera

$$4x_1 + 7x_2 = 13$$
$$2x_1 + 10x_2 = 13$$

Estudio de la consistencia de [A|b] en una escalonada

[A|b]'''

1	7/4	13/4
0	1	1

nº 1 principales = nº incógnitas

el SEL es **compatible determinado**

tiene **una solución**

Método de **Gauss**

SEL, d matriz ampliada [A|b] escalonada

En SEL **escalonado** cada ecuación tiene una incógnita **menos**.

1ª ecuación > **m** incógnitas,

2ª ecuación > **m - 1** incógnitas,

...,

mª ecuación > **1** incógnita.

$$\left.\begin{aligned} x_1 - 3x_2 + 4x_3 &= 2 \\ x_2 - 3x_3 &= -2 \\ x_3 &= 1 \end{aligned}\right\}$$

Las incógnitas del SEL se calculan con sustitución "**hacia atrás**":

Resuelta la ecuación **j** se resuelve la ecuación **j -1**, j = m,…1

Problema ... ayudar a una hechicera

$$\begin{aligned} 4x_1 + \ \ 7x_2 &= 13 \\ 2x_1 + 10x_2 &= 13 \end{aligned}$$

Aplicación del método de **Gauss** para resolver SEL

[A|b]'''

1	7/4	13/4
0	1	1

SEL →

$$\begin{aligned} x_1 + 7/4x_2 &= 13/4 \\ x_2 &= 1 \end{aligned}$$

Gauss →

Resolvemos la ecuación 2 $x_2 = 1$

Resolvemos la ecuación 1 $x_1 = 13/4 - 7/4(1) = 3/2$

Vector solución $x = (x_1\ x_2) = (3/2,\ 1)$

Método de Gauss-Jordan

SEL, matriz ampliada [A|b] : reducida

Procedimiento:

fila **i** se corresponde con incógnita **i**, el valor de dicha incógnita es el de la **columna** correspondiente.

$$\begin{array}{lllcl} x_1 & & & = & 1 \\ & x_2 & & = & 1 \\ & & x_3 & = & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{l} \mathbf{x_1 = 1} \\ \mathbf{x_2 = 1} \\ \mathbf{x_3 = 1} \end{array}$$

Problema ... ayudar a una hechicera

$$4x_1 + 7x_2 = 13$$
$$2x_1 + 10x_2 = 13$$

Aplicación del método de **Gauss-Jordan** para resolver SEL

Obtener [A|b] reducida

[A|b]'''

1	7/4	13/4
0	1	1

$F_1 \leftarrow F_1 + (-4/7)\, F_2$

[A|b]^{IV}

1	0	3/2
0	1	1

Vector solución $x = (x_1\ x_2) = (3/2,\ 1)$

Para [A I b] completa…

Ej5-T5

$$[A\,|\,b] = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 3 & -4 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & -5 & 2 \end{bmatrix}$$

1. [C I d] =

2. Consistencia:

3. Cx = d

4. GAUSS

Para [A I b] completa…

Ej5-T5

[A I b] =

0	2	3	-4
0	0	2	3
2	2	-5	2

1. [C I d] =

1	1	-5/2	1
0	1	3/2	-2
0	0	1	3/2

2. Consistencia:

3. Cx = d

4. GAUSS

Para [A I b] **completa…**

Ej5-T5

[A I b] =

0	2	3	-4
0	0	2	3
2	2	-5	2

1. [C I d] =

1	1	-5/2	1
0	1	3/2	-2
0	0	1	3/2

2. Consistencia:

nº 1 principales (3) **=** nº incógnitas (3) , SEL **compatible determinado**.

3. Cx = d

4. GAUSS

Para [A I b] **completa…**

Ej5-T5

[A I b] =

0	2	3	-4
0	0	2	3
2	2	-5	2

1. [C I d] =

1	1	-5/2	1
0	1	3/2	-2
0	0	1	3/2

2. Consistencia:

nº 1 principales (3) **=** nº incógnitas (3) , SEL **compatible determinado**.

3. Cx = d

$$x_1 + x_2 - 5/2x_3 = 1$$
$$x_2 + 3/2x_3 = -2$$
$$x_3 = 3/2$$

4. GAUSS

Para [A I b] completa…

Ej5-T5

[A I b] =

0	2	3	-4
0	0	2	3
2	2	-5	2

1. [C I d] =

1	1	-5/2	1
0	1	3/2	-2
0	0	1	3/2

2. Consistencia:

nº 1 principales (3) = nº incógnitas (3) , SEL **compatible determinado**.

3. Cx = d

$$x_1 + x_2 - 5/2x_3 = 1$$
$$x_2 + 3/2x_3 = -2$$
$$x_3 = 3/2$$

4. GAUSS

Vector solución

$x = (x_1, x_2, x_3) = (3/2, -17/4, 3/2)$

SEL homogéneos (SH)

$$Ax = 0$$

Consistentes > Siempre tienen solución trivial

$$x_1 = x_2 = \ldots\ldots x_2 = 0$$

Matriz ampliada REDUCIDA > GAUSS-JORDAN

Condición para tener infinitas soluciones: $n > m$

m: ecuaciones, **n** : incógnitas

Se utilizan, por ejemplo....

Balanceo de reacciones químicas[1]...

1 Álgebra Lineal – 7ªEd- Stanley I. Grossman

Sh. 1 completa…

Ej6-T5

$$\begin{aligned} 2x_1 + 4x_2 + 6x_3 &= 0 \\ 4x_1 + 5x_2 + 6x_3 &= 0 \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 &= 0 \end{aligned}$$

1. [A I b] =

2. [C I d] =

reducida

Sh. 1 completa…

Ej6-T5

$$
\begin{aligned}
2x_1 + 4x_2 + 6x_3 &= 0\\
4x_1 + 5x_2 + 6x_3 &= 0\\
3x_1 + x_2 - 2x_3 &= 0
\end{aligned}
$$

1. [A I b] =

2	4	6	0
4	5	6	0
3	1	-2	0

2. [C I d] =

reducida

1	0	0	0
0	1	0	0
0	0	1	0

Sh. 1 completa…

Ej6-T5

2. [C I d] =

1	0	0	0
0	1	0	0
0	0	1	0

3. Consistencia:

4. Cx = d

5. GAUSS-JORDAN

Sh. 1 completa…

Ej6-T5

2. [C I d] =

1	0	0	0
0	1	0	0
0	0	1	0

3. Consistencia:

4. Cx = d

nº 1 principales (3) **=** nº incógnitas (3)
SEL **compatible determinado.**

5. GAUSS-JORDAN

Sh. 1 completa…

Ej6-T5

2. [C I d] =

1	0	0	0
0	1	0	0
0	0	1	0

3. Consistencia:

nº 1 principales (3) **=** nº incógnitas (3)
SEL **compatible determinado.**

4. Cx = d

$$\begin{aligned} x_1 &= 0 \\ x_2 &= 0 \\ x_3 &= 0 \end{aligned}$$

5. GAUSS-JORDAN

Sh. 1 completa…

Ej6-T5

2. [C I d] =

1	0	0	0
0	1	0	0
0	0	1	0

3. Consistencia:

nº 1 principales (3) = nº incógnitas (3)
SEL **compatible determinado.**

4. Cx = d

$$\begin{aligned} x_1 &= 0 \\ x_2 &= 0 \\ x_3 &= 0 \end{aligned}$$

5. GAUSS-JORDAN

Vector solución
$x = (x_1, x_2, x_3) = (0, 0, 0)$

Sh. 2 completa…

Ej7-T5

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 - x_3 &= 0 \\ 3x_1 - 3x_2 + 2x_3 &= 0 \\ -x_1 - 11x_2 + 6x_3 &= 0 \end{aligned}$$

1. [A I b] =

1	2	-1	0
3	-3	2	0
-1	-11	6	0

2. [C I d] =

reducida

1	0	1/9	0
0	1	-5/9	0
0	0	0	0

Sh. 2 completa…

Ej7-T5

2. [C I d] =

1	0	1/9	0
0	1	-5/9	0
0	0	0	0

3. Consistencia:

4. Cx = d

nº 1 principales (3) < nº incógnitas (3)

SEL **compatible INdeterminado**.

5. GAUSS-JORDAN

Sh. 2 completa…

Ej7-T5

2. [C I d] =

1	0	1/9	0
0	1	-5/9	0
0	0	0	0

3. Consistencia:

nº 1 principales (3) < nº incógnitas (3)
SEL **compatible INdeterminado**.

4. Cx = d

$x_1 + 1/9\, x_3 = 0$

$x_2 - 5/9\, x_3 = 0$

x_3

5. GAUSS-JORDAN

Sh. 2 completa…

Ej7-T5

2. [C I d] =

1	0	1/9	0
0	1	-5/9	0
0	0	0	0

3. Consistencia:

nº 1 principales (3) < nº incógnitas (3)
SEL **compatible INdeterminado**.

4. Cx = d

$$x_1 + 1/9\, x_3 = 0$$
$$x_2 - 5/9\, x_3 = 0$$
$$x_3$$

5. GAUSS-JORDAN

Vector solución

$$x = (x_1, x_2, x_3) = (-1/9\, x_3, 5/9\, x_3, x_3)$$
$$= x_3(-1/9, \quad 5/9, \quad 1)$$

Ej8-T5

SEL consistentes ?

$$\begin{bmatrix} 1 & -3 & 9 & 0 \\ 0 & 1 & 8 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 8 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$