ÁLGEBRA

Alumn@				**Profesor/grupo:**						
Ejercicio 1 (3,5p)				**Ejercicio 2 (3p)**		**Ejercicio 3 (3,5p)**				**NOTA**
a. 0.5p	**b. 1p**	**c.1p**	**d.1p**	**a. 1.5p**	**b. 1.5p**	**a. 0.5p**	**b. 0.5p**	**c. 1.5p**	**d. 1p**	

Subespacios de R^n

Ejercicio 1. La forma escalonada por filas de una matriz A es:

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -5 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & -2 & 2 & -7 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

a) Si consideramos los vectores fila de B distintos de cero, indica si las siguientes aseveraciones son verdaderas (V) o falsas (F). Justifica la respuesta:

a.1. Forman una base del subespacio Fil A $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

a.2. Forman una base del subespacio Fil B $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

Si A y B son dos matrices equivalentes por filas entonces el espacio fila de A y B son iguales.

b) Encontrar una base para los subespacios Fil A y Fil B.

Una base para el espacio Fil A y fil B está formado por las filas de B distintas de cero. Por lo tanto los vectores: v_1 = (1,,3,-5,1,5), v_2 = (0,1,-2,2,-7), v_3 = (0,0,0,1,-5) forman una base de dichos espacios.

c) Encontrar una base para el subespacio Nul A.

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

La forma escalonada reducida de A es la matriz C.

El espacio nulo de una matriz A es el conjunto Nul A de todas las soluciones posibles para la ecuación homogénea Ax = 0.

Base = {(-1,2,1,0,0), (-1,-3,0,5,1)}

d) ¿Qué vectores conforman una base del subespacio Col A? Indica qué condición debe cumplir un vector $v = (v_1,v_2,v_3,v_4)$ para pertenecer al espacio columna de A.

Sea A una matriz m×n el espacio columna de A es el conjunto de aquellos vectores de Rm que se pueden expresar como combinaciones lineales de las n columnas de la matriz A. A partir de la reducida de A los vectores que forman la base del subespacio columna de A serán las columnas de la reducida de A que sean linealmente independientes, es decir, las columnas pivote de A. En este caso, c_1, c_2 *y* c_4.

Un vector v pertenece al espacio columna de A si [A|v] es compatible.

ÁLGEBRA

Resolución de Sistemas de Ecuaciones Lineales mediante la factorización LU

Ejercicio 2. Se debe resolver el siguiente sistema de ecuaciones lineales Ax = b dado por las matrices:

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & -2 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 17 \\ 25 \end{bmatrix}$$

a) Encuentra una **factorización LU** de la matriz A.
b) Usa la factorización anterior para **resolver** el sistema lineal dado.

Solución

a)

$$L = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \\ 3 & -5 & -9{,}5 \end{bmatrix} \qquad U = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -0{,}5 \\ 0 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

b)

$$X = (x_1, x_2, x_3) = (2, 4, 3)$$

ÁLGEBRA

Valores y vectores propios. Diagonalización de matrices.

Ejercicio 3.Para la matriz

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -6 & -4 & -6 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

a) Calcula el polinomio característico.
b) Calcula los valores propios.
c) Consigue una base para cada subespacio propio indicando su dimensión.
d) A partir de los resultados obtenidos escribe una matriz diagonal D tal que D = P-1A P. Escribe también la matriz P.

Solución

(a) $-\lambda^3 + 2\lambda^2 + 9\lambda - 18 = 0$

(b) $\lambda = 2$(simple) , $\lambda = 3$ (simple), $\lambda = -3$ (simple)

(c) Para $\lambda = 2$, base B1 = {(1,-1,0)}, dim(B1) = 1; para $\lambda=-3$, base B2 = {(1,-6,0)}, dim(B2) = 1;

para $\lambda = 3$, base B3 = {(-1,0,1)}, dim(B3) = 1

(d)

$$D = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \qquad P = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -1 & -6 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$