

SOLUCIÓN EXAMEN de Lógica

Enero 2018

Alumn @					Profesor	
Cuest (5x.75p) (3,75p)	Ej. 1 (3,5p)			Ej.2 (1,25p)	Ej.3 (1,5p)	NOTA
	a) 1p	b) .75p	c) .75p	d) 1p		

Cuestiones Responde brevemente:

- a) Para que una fórmula lógica con 2^n interpretaciones sea una tautología ¿es necesario o es suficiente que al menos una de las interpretaciones sea modelo? **La condición es necesaria ya que si no existe al menos una interpretación modelo la fórmula sería o contradicción o contingencia pero nunca tautología.**
- b) Si un razonamiento cualquiera R está formado por n premisas P_i ($i = 1, \dots, n$) y una conclusión Q ¿cómo se deben interpretar las n premisas y la conclusión para que R no sea válido? **las premisas deben interpretarse como verdaderas y la conclusión falsa.**
- c) Explica si la siguiente proposición es cierta o falsa:
 “Es suficiente que la conclusión Q de un razonamiento R sea una tautología para que R sea válido”.
Cierto ya que si Q es una tautología no puede tomar el valor falso y por lo tanto no existe una interpretación contraejemplo de R.
- d) Suponemos que el razonamiento R tiene 2^3 interpretaciones y que con la interpretación I_2 se valora $P_i \equiv V$ ($i = 1, \dots, n$) y $Q \equiv V$. ¿Podemos afirmar que: “El razonamiento R es válido” ?
**Para asegurar que R sea válido debemos conocer si en todos los casos en que $P_i \equiv V$ la conclusión $Q \equiv V$.
 Con una sola interpretación modelo no podemos afirmar la validez de R.**
- e) Explica si la siguiente proposición es cierta o falsa:
 “Un argumento es correcto si, y sólo si, su fórmula asociada es una tautología”
Cierto ya que la fórmula asociada a un razonamiento R está formada por un condicional cuyo antecedente son las premisas de R y el consecuente, la conclusión. Si el condicional es una tautología no se da el caso de antecedente verdadero y conclusión falsa.

Ejercicio 1. Dadas las sentencias A,... E encuentra las que son equivalentes a **P: "Sólo si no estudias, no apruebas"**. Para ello:

a) Formaliza cada una de ellas usando $MC = \{es: estudias; ap: apruebas\}$ y si la representación no coincide con la $Fbf-P$ usa reglas de equivalencia para comprobar si son equivalentes o no.

$$Fbf-P : \neg ap \rightarrow \neg es$$

A: No apruebas, si no estudias.
(Cp) \neq Fbf-P

$$Fbf: \neg es \rightarrow \neg ap \leftrightarrow ap \rightarrow es$$

B: Apruebas a menos que no estudies.

$$Fbf: \neg ap \rightarrow \neg es = Fbf-P$$

C: Si no estudias, no apruebas.

$$Fbf: \neg es \rightarrow \neg ap \leftrightarrow ap \rightarrow es \neq Fbf-P$$

D: No es cierto que estudies y que no apruebas
 $\neg ap \rightarrow \neg es$ (Cp) = Fbf-P

$$Fbf: \neg(es \wedge \neg ap) \leftrightarrow es \rightarrow ap \leftrightarrow$$

E: O estudias o no apruebas
 es (Cp) \neq Fbf-P

$$Fbf: es \vee \neg ap \leftrightarrow \neg es \rightarrow \neg ap \leftrightarrow ap \rightarrow$$

b) Interpreta cada fbf obtenida en a) en el caso de b.1) estudias b.2) no estudias.

	b.2 no estudias	b.1 estudias
Fbf-A: $\neg es \rightarrow \neg ap$	V	NO SE SABE
Fbf-B: $\neg ap \rightarrow \neg es$	NO SE SABE	V
Fbf-C: $\neg es \rightarrow \neg ap$	V	NO SE SABE
Fbf-D: $\neg(es \wedge \neg ap)$	NO SE SABE	V
Fbf-E: $es \vee \neg ap$	V	NO SE SABE

c) Escribe una interpretación contraejemplo para cada fbf obtenida en a)

CONTRAEJEMPLO	
Fbf-A: $\neg es \rightarrow \neg ap$	$es = F, ap = V$
Fbf-B: $\neg ap \rightarrow \neg es$	$es = V, ap = F$
Fbf-C: $\neg es \rightarrow \neg ap$	$es = F, ap = V$
Fbf-D: $\neg(es \wedge \neg ap)$	$es = V, ap = F$
Fbf-E: $es \vee \neg ap$	$es = F, ap = V$

d) Demuestra si la sentencia P es **equivalente** la sentencia D usando el método del **contraejemplo**.

CONTRAEJEMPLO	
Fbf-P: $\neg ap \rightarrow \neg es$	Fbf-D: $\neg(es \wedge \neg ap)$
$(\neg ap \rightarrow \neg es) \leftrightarrow \neg(es \wedge \neg ap)$ Suponemos que la equivalencia es falsa.	

$(\neg ap \rightarrow \neg es) = V$ (1), $\neg(es \wedge \neg ap) = F$ (2)
 Contradicción ya que en (2) $\neg es = F$, $ap = V$, con estos valores (1) es F

Ejercicio 2. La siguiente **tabla de verdad** representa la interpretación de un razonamiento R de la forma: $R: P1, P2 \Rightarrow Q$. Explica, según los resultados mostrados en la tabla, si R es válido o no. Debes justificar tu respuesta de lo contrario la pregunta no puntuará.

	P1	P2	Q
1	V	F	F
2	F	F	F
3	F	V	F
4	F	V	F
5	V	F	V
6	V	F	V
7	V	V	V
8	V	V	V

Explicación: R es válido porque siempre que las premisas se interpretan como verdaderas (filas 7 y 8) la conclusión también es verdadera.

Ejercicio 3. Usando **deducción natural** debes obtener la conclusión $Q : E \vee D$ de las premisas P1, P2, P3 donde.

P1: $A \wedge B \wedge C \rightarrow D$, P2: $\neg(A \wedge B \wedge C) \rightarrow E$, P3: $A \wedge B \wedge \neg C$

Si utilizas alguna subdeducción márcala con corchete y/o indenta las filas en las que aparezca.

Deducción:

- 1 $A \wedge B \wedge C \rightarrow D$
- 2 $\neg(A \wedge B \wedge C) \rightarrow E$
- 3 $A \wedge B \wedge \neg C$
- 4 $\neg(E \vee D)$
- 5 $\neg E \wedge \neg D$ Morgan, 4
- 6 $\neg E$ EC, 5
- 7 $A \wedge B \wedge C$ MT, 2, 6
- 8 C EC, 7
- 9 $\neg C$ EC, 3
- 10 $C \wedge \neg C$ IC, 8, 9
- 11 $E \vee D$ IN, 4-10