SOLUCIÓN EXAMEN de LÓGICA (MATEMÁTICAS I).

GRADOS EN INGENIERÍA EN INFORMÁTICA E INFORMÁTICA Y ADE

Enero de 2019

Alumno:								
Ejerc-1 (1p) (4x0,25p)	**Ejerc-2 (3,5p)**				**Ejerc-3 (5,5p)**			
	0,5p	**0,75p**	**1p**	**1,25p**	**1,25p**	**1,75p**	**2,5p**	

EJERCICIO 1 **(1,00p)** Responde si las siguientes afirmaciones son ciertas (V) o falsas (F). Acierto: +0,25p; Fallo: -0,25p
Consideramos que R es un razonamiento con n premisas P_i y conclusión Q / R : $P_1, P_2, \ldots P_n \Rightarrow Q$, siendo P_i, Q fórmulas de la lógica proposicional.

a) "Para que R sea un razonamiento válido es necesario que la fórmula Q sea una tautología" V F

Falso. Un razonamiento es válido siempre que no se interpreten a la vez las premisas ciertas y Q falsa, no implica que Q tenga que ser tautología.

b) "Si suponemos que las premisas P_1 y P_2 se contradicen, entonces podemos afirmar que R es correcto" V F

Cierto ya que la única interpretación que demuestra que un razonamiento no es válido es que todas las premisas sean todas ciertas a la vez o sea que no se pueden contradecir, y la conclusión falsa.

c) "Para demostrar la validez de R se ha aplicado el método del contraejemplo y se ha llegado a que existe una contradicción en la interpretación de sus componentes. Con esto podemos asegurar que R es válido". V F

Cierto. El método del contraejemplo supone que las premisas se interpretan como ciertas y la conclusión como falsa. Si se obtiene una contradicción es porque dicha suposición es falsa, luego al no poder existir se consigue demostrar la validez de R.

d) "Para que una fórmula lógica con 2^n interpretaciones sea una contingencia es necesario que tenga $2^n/2$ interpretaciones modelo y el resto contramodelo" V F

Falso, para ser contingente es suficiente que la fórmula tenga cualquier número de interpretaciones modelo y contramodelo sin tener que ser exactamente la mitad de cada clase.

EJERCICIO 2 **(3,5p)** Formaliza con el **lenguaje de proposiciones** los siguientes enunciados declarativos relacionados con el aterrizaje del dispositivo Mars InSight de la NASA en Marte, el 26 de noviembre de 2018.

Para la formalización, especifica la variable proposicional con la que simbolizarás cada proposición atómica distinta.

at: sonda InSight aterriza en Marte;
ch: funciona cohete aeropropulsor;
tk: sonda InSight lleva ticket aparcamiento;
pa: se abre paracaídas;
me: meteorito impacta en sonda InSight;

E1 (0,5p): "Para que la sonda InSight aterrice en Marte es suficiente que funcione el cohete aeropropulsor, que se abra el paracaídas y que lleve el ticket de aparcamiento"

fbf	$ch \wedge tk \wedge pa \to at$

E2 (0,75p): "O la sonda InSight aterriza en Marte, aunque no lleve ticket de aparcamiento, o es falso que funcione el cohete aeropropulsor y se abra el paracaídas".

fbf	$(at \wedge \neg tk) \vee \neg(ch \wedge pa)$

E3 (1,00p): "No es necesario que la sonda InSight lleve el ticket de aparcamiento para aterrizar en Marte, aunque para hacer el aterrizaje es suficiente que se abra el paracaídas".

fbf	$\neg(at \to tk) \wedge (pa \to at)$

E4 (1,25p): "A menos que un meteorito impacte en la sonda InSight, ésta aterrizará en Marte o no, sin embargo, sólo si la sonda no tiene paracaídas, aunque lleve el ticket de aparcamiento, no podrá aterrizar".

fbf	$[\neg(at \vee \neg at) \to me] \wedge (\neg at \to \neg pa \wedge tk)$

EJERCICIO 3 **(5,5p)** Se debe estudiar y demostrar la validez de 3 razonamientos de la lógica de proposiciones, para ello:

1º Para estudiar la validez debes elegir un método semántico, a saber, tabla de verdad o contraejemplo, el que creas más conveniente en cada caso de tal forma que no elijas el mismo método para todas las demostraciones.

2º Para el razonamiento que sea válido debes demostrar por Deducción Natural que la conclusion se puede obtener a partir de las premisas.

Razonamiento 1 (1,25p): $p \to \neg q,\ \neg q \vee r \Rightarrow \neg p \vee q$.

Tabla de verdad:

P	q	r	$\neg p$	$\neg q$	$p \to \neg q$	$\neg q \vee r$	$\neg p \vee q$
V	V	V	F	F	F	V	V
V	V	F	F	F	F	F	V
V	F	V	F	V	**V**	**V**	**F**
V	F	F	F	V	**V**	**V**	**F**
F	V	V	V	F	V	V	V
F	V	F	V	F	V	F	V
F	F	V	V	V	V	V	V
F	F	F	V	V	V	V	V

Las interpretaciones de las filas 3 y 4 demuestran que el razonamiento no es válido ya que las premisas se interpretan como verdaderas y la conclusión como falsa.

Razonamiento 2 (1,75p): $\neg p \vee q,\ r,\ (p \to s) \to \neg r \Rightarrow \neg(q \to s)$

Método del Contraejemplo:

$\neg p \vee q \equiv V$ (1)
$r \equiv V$ (2)
$(p \to s) \to \neg r \equiv V$ (3)
$\neg(q \to s) \equiv F$ (4)

Por (2) y (3) la formula $p \to s \equiv F$ >> $p \equiv V,\ s \equiv F$ (5)
Por (5) y (1) $q \equiv V$ (6)
Por (5) y (6) la formula (4) se interpreta $\neg(q \to s) \equiv V$ que se contradice con el valor que toma en (4). Luego el razonamiento 2 no admite un contraejemplo por lo que válido.

Deducción natural

-1 $\neg p \vee q$	
-2 r	
-3 $(p \rightarrow s) \rightarrow \neg r$	
4 $q \rightarrow s$	supuesto
5 $\neg(p \rightarrow s)$	MT 2, 3
6 $\neg(\neg p \vee s)$	DIv, 5
7 $\neg\neg p \wedge \neg s$	Morgan, 6
8 $p \wedge \neg s$	EN,7
9 p	EC, 8
10 q	SD, 1, 9
11 s	MP 4, 11
12 $\neg s$	EC,8
13 $s \wedge \neg s$	IC, 11, 12, cierre supuesto
14 $\neg(q \rightarrow s)$	IN, 4-13

Razonamiento 3 (2,5p): $p \rightarrow q \vee \neg r,\ \neg r \rightarrow \neg s \Rightarrow p \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg s)$

Método del Contraejemplo:

$p \rightarrow q \vee \neg r \quad \equiv V \quad (1)$
$\neg r \rightarrow \neg s \quad \equiv V \quad (2)$
$p \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg s) \quad \equiv F \quad (3)$
Por (3) tenemos que $p \equiv V$, $\neg q \rightarrow \neg s \equiv F$ (4)
Por (4) tenemos que $\neg q \equiv V$, $\neg s \equiv F$ (5)
Por (5) y (2), $\neg r \equiv F$ (6)
Por (6) y (1) $p \equiv F$ que se contradice con la interpretación de p obtenida en (4). Razonamiento válido.

Deducción natural:

-1 $p \rightarrow q \vee \neg r$	
-2 $\neg r \rightarrow \neg s$	
3 p	supuesto 1
4 $\neg q$	supuesto 2
5 $q \vee \neg r$	MP, 1, 3
6 $\neg r$	SD, 4, 5
7 $\neg s$	MP, 2, 6, cierre supuesto 2
8 $\neg q \rightarrow \neg s$	TD,4-7, cierre supuesto 1
9 $p \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg s)$	TD, 3-8